
**Transportphänomene in
mesoskopischen 2DEG-Strukturen
unter dem Einfluss
inhomogener Streufelder
von Nanomagneten**

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)
der naturwissenschaftlichen Fakultät II - Physik
der Universität Regensburg

vorgelegt von
Josef Biberger
aus Wildenberg

Juli 2007

Promotionsgesuch eingereicht am: 10.07.2007
Die Arbeit wurde angeleitet von: Prof. Dr. Dieter Weiss
Datum des Promotionskolloquiums: 17.09.2007

Prüfungsausschuss:	Vorsitzender:	Prof. Dr. John Schliemann
	Erstgutachter:	Prof. Dr. Dieter Weiss
	Zweitgutachter:	Prof. Dr. Werner Wegscheider
	Weiterer Prüfer:	Prof. Dr. Franz J. Gießibl

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen zum physikalischen Verständnis	5
2.1	Charakterisierung von Elektronen in Festkörpern	5
2.2	Längenskalen, relevante Längen und Transportregimes	8
2.3	Zweidimensionale Elektronengase (2DEG)	13
2.3.1	Quantum Confinement	13
2.3.2	Realisierung von 2DEGs	16
2.3.3	Beschreibung des Ladungstransports in 2DEGs	17
2.4	Magnetismus bei ferromagnetischen Nanostrukturen	24
2.4.1	Grundlagen des Ferromagnetismus	25
2.4.2	Ummagnetisierungsprozesse	28
3	Theoretischer Hintergrund der Experimente	31
3.1	Magnetisierungsstrukturen in Nanomagneten	31
3.2	Der lokale Halleffekt	33
3.2.1	Diffusiver Transport	34
3.2.2	Ballistischer Transport	35
3.2.3	Mikro-Hall-Magnetometrie	37
3.3	Der Aharonov-Bohm-Effekt (AB-Effekt)	38
3.4	Die Berry-Phase in 2DEG-Ringen	43
4	Herstellung der Proben und Messtechnik	51
4.1	Die Elektronenstrahlolithographie (ESL)	51
4.1.1	Aufbau einer Elektronenmikroskop-basierten ESL-Anlage . . .	52
4.1.2	Belichtung der Strukturen	57
4.1.3	Strukturübertragungsprozesse	59
4.2	Herstellung der Proben für die Mikro-Hall-Magnetometrie	61
4.3	Proben zur Messung des AB-Effektes und der Berry-Phase	66
4.4	Messmethode und Messtechnik	77

5	Untersuchungen zur Mikro-Hall-Magnetometrie	81
5.1	Messungen zur Funktionsweise der Sonden	82
5.1.1	Einfluss des Sondenstromes	84
5.1.2	Bedeutung der Ladungsträgerdichte	86
5.1.3	Auswirkungen der Messtemperatur	92
5.1.4	Signalgröße und Einkoppeln der Streufelder	95
5.2	Ergebnisse aus der Magnetometrie	103
5.2.1	Messungen an Nickelsäulen	103
5.2.2	Messungen an ferromagnetischen Nanoscheiben	113
6	Ergebnisse zum AB-Effekt	135
6.1	AB-Oszillationen an Ringen mit flachen 2DEGs	135
6.2	Diskussion der Ergebnisse	146
7	Zusammenfassung und Ausblick	151
8	Anhang	155
8.1	Symbolverzeichnis	155
8.2	Publikationsliste	159
	Literaturverzeichnis	161

Kapitel 1

Einleitung

„There’s Plenty of Room at the Bottom“

Richard Feynman, 1959

Aufgrund eines Vortrages mit diesem Titel gilt Richard Feynman als der Vater der Nanotechnologie, auch wenn der Begriff selbst erst 1974 von Norio Taniguchi erstmals gebraucht wurde. Heute wird die Nanotechnologie als eine der wichtigsten Schlüsseltechnologien des 21. Jahrhunderts gehandelt. Obwohl sie weniger eine Basistechnologie im klassischen Sinne mit einer eindeutig abgrenzbaren Definition darstellt, findet sie als sehr weit gefasster Sammelbegriff für zahlreiche physikalische, chemische und biologische Phänomene, eine immense Beachtung in der Öffentlichkeit. Das Bundesministerium für Bildung und Forschung verwendet für offizielle Veröffentlichungen folgende Formulierungsgrundlage:

„Nanotechnologie beschreibt die Herstellung, Untersuchung und Anwendung von Strukturen, molekularen Materialien, inneren Grenz- und Oberflächen mit mindestens einer kritischen Dimension oder mit Fertigungstoleranzen (typischerweise) unterhalb von 100 Nanometer. Entscheidend ist dabei, dass allein aus der Nanoskaligkeit der Systemkomponenten neue Funktionalitäten und Eigenschaften zur Verbesserung bestehender oder Entwicklung neuer Produkte und Anwendungsoptionen resultieren. Diese neuen Effekte und Möglichkeiten sind überwiegend im Verhältnis von Oberflächen- zu Volumenatomen und im quantenmechanischen Verhalten der Materiebausteine begründet.“ (BMBF, 2004)

Diese Formulierung ist vor allem deshalb interessant, weil sie die Funktion der „Nano“-Strukturen mit deren Größen koppelt und dadurch den physikalischen Phänomenen, die durch eine Dominanz der Oberflächeneigenschaften über die Volumeneigenschaften bzw. durch die Relevanz von quantenmechanischen Effekten ge-

kennzeichnet sind, eine bedeutende Rolle zuweist. Während für die Anwendung der Nanotechnologie vor allem diese *größeninduzierte Funktionalität* von Bedeutung ist, spielt für die Grundlagenforschung das Verständnis der zugrunde liegenden Effekte die entscheidende Rolle.

Untersuchungen zur Änderungen der physikalischen Eigenschaften durch Nanoskaligkeit beruhen in hohem Maße auf der Weiterentwicklung physikalisch-technischer Verfahren zur Erzeugung immer komplexerer Schaltkreise und damit kleiner Strukturen in der Mikroelektronik (*Top-down-Ansatz*). Betroffen sind auf diesem Gebiet Eigenschaften wie beispielsweise Farbe, Transparenz und Härte der Materialien, aber vor allem auch Veränderungen im Magnetismus und in der elektrischen Leitfähigkeit der Strukturen.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit den Auswirkungen der Nanoskaligkeit auf die beiden letztgenannten Eigenschaften. Es stellt sich heraus, dass Begriffe wie der spezifische Widerstand bei der Beschreibung der elektrischen Leitfähigkeit oder die Domänentheorie zur Charakterisierung der Magnetisierung ihre grundlegende Bedeutung einbüßen, wenn die Strukturabmessungen sukzessive verkleinert werden. Stattdessen spielt das Wechselspiel von verschiedenen charakteristischen Längen der Materialien mit den Probenabmessungen die entscheidende Rolle. In dieser *mesoskopischen* Welt ergeben sich zahlreiche Effekte die in der alltäglichen makroskopischen Welt nicht zu beobachten sind. Beispielsweise ist die elektrische Leitfähigkeit, also die Fähigkeit bestimmter Materialien unter dem Einfluss von elektrischen Feldern Ladungsträger weiterzuleiten oder zu *transportieren*, für kleine Strukturen von deren Form und Abmessungen geprägt. Um den Zugang zur Beobachtung dieser physikalischen Phänomene zu ermöglichen ist einerseits die Herstellung sehr kleiner Strukturen von grundlegender Bedeutung. Andererseits ist jedoch häufig zusätzlich die Verwendung oder die gezielte Herstellung von Materialien erforderlich, bei denen eine oder mehrere der charakteristischen Längen besonders große Werte annehmen. Vor diesem Hintergrund spielen die Strukturen auf Basis von zweidimensionalen Elektronengasen (2DEG) eine herausragende Rolle. In diesen 2DEGs ist die Bewegung der Elektronen senkrecht zu einer Schicht stark eingeschränkt, wohingegen sich die Elektronen innerhalb der ausgedehnten Schicht nahezu frei bewegen können. Durch die laterale Strukturierung der 2DEGs lassen sich physikalische Systeme realisieren, die in geradezu modellhafter Weise zur Untersuchung des Einflusses der Strukturabmessungen auf den Ladungstransport geeignet sind.

Die Vermessung der Leitfähigkeit in Abhängigkeit von externen Magnetfeldern ist eine Standardmethode zur Untersuchung von Transporteigenschaften. Für gewöhnlich werden die Magnetfelder von stromdurchflossenen Spulen erzeugt, die groß genug sind, um ein über die gesamte vermessenen Probe homogenes Feld zu erzeugen. In der vorliegenden Arbeit hingegen stehen Transportmessungen unter dem Einfluss von Magnetfeldern, die über die Ausdehnung der Proben starke Inhomogenitäten aufweisen, im Vordergrund. Zur Erzeugung dieser Felder werden ferromagne-

tische Strukturen mit sehr kleinen Abmessungen eingesetzt. Da sich aber auch bei den magnetischen Eigenschaften interessante Auswirkungen infolge der Reduktion der Strukturabmessungen ergeben, eröffnet sich in der Verknüpfung von mesoskopischen 2DEG-Strukturen mit Nanomagneten ein interessantes Forschungsgebiet. Der wechselseitige Erkenntnisgewinn über die Transporteigenschaften einerseits und die Eigenschaften des Nanomagnetismus andererseits macht den besonderen Reiz der Kombination dieser beiden Themengebiete aus.

Die inhaltliche Gliederung der Arbeit stellt zunächst im zweiten Kapitel diejenigen physikalischen Grundlagen in den Vordergrund, die für die anschließenden Ausführungen von besonderer Bedeutung sind. Dazu werden nach einer kurzen Charakterisierung der Elektronen im Festkörper die für die Transportphänomene zugrunde liegenden Längenskalen und die relevanten charakteristischen Längen für die unterschiedlichen Transportregimes erörtert. Außerdem werden in diesem Kapitel die zweidimensionalen Elektronengase genauer vorgestellt und ein knapper Abriss über den Magnetismus in ferromagnetischen Nanostrukturen gegeben.

Das dritte Kapitel umreißt den theoretischen Hintergrund der Experimente die in der vorliegenden Arbeit dargelegt werden. Von besonderer Bedeutung für die Untersuchungen auf dem Gebiet der Mikro-Hall-Magnetometrie ist hierbei der lokale Halleffekt im ballistischen und im diffusiven Transportregime. Eine kurze Einführung in die Physik des Aharonov-Bohm-Effektes und das Konzept der Berry-Phase in 2DEG-Ringen beschließen dieses Kapitel.

Der Elektronenstrahlolithographie ist im anschließenden Kapitel, das sich mit der Herstellung der Proben beschäftigt, besondere Aufmerksamkeit gewidmet. In diesem Kapitel wird außerdem in groben Zügen die verwendete Messtechnik vorgestellt.

Im fünften Kapitel werden die Untersuchungen und die Ergebnisse zur Mikro-Hall-Magnetometrie ausführlich diskutiert. Das Kapitel gliedert sich dazu in einen Abschnitt, der sich genauer mit der Funktionsweise der Sonden beschäftigt und in einen zweiten Abschnitt, in dem einige Ergebnisse zur Magnetometrie an kleinen Nickelsäulen und ferromagnetischen Nanoscheiben vorgestellt werden.

Schließlich werden im sechsten Kapitel die Ergebnisse der Messungen an verschiedenen Aharonov-Bohm-Ringen zusammengefasst und hinsichtlich ihrer Bedeutung für die Beobachtung der Berry-Phase in den 2DEG-Systemen diskutiert. Eine Zusammenfassung und ein kurzer Ausblick (Kapitel 7) beschließen die vorliegende Arbeit.

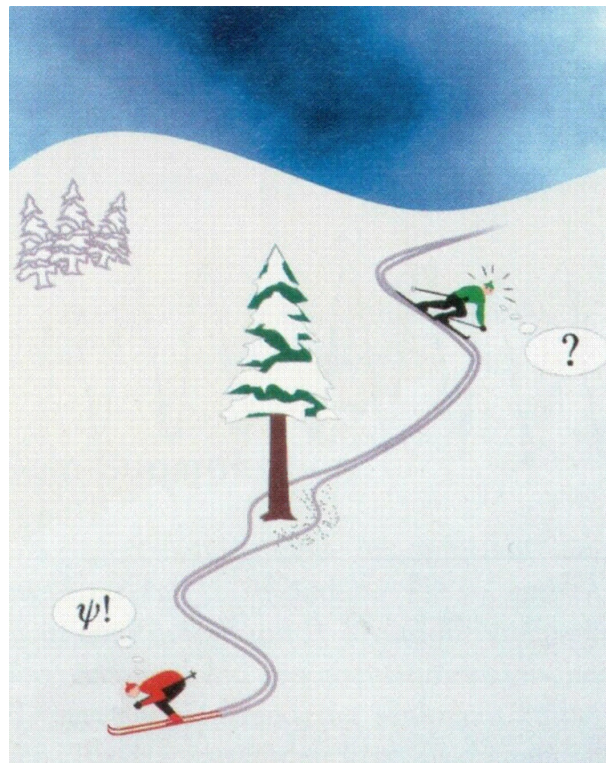


Abbildung 1.1: In der mesoskopischen Welt treten physikalische Phänomene auf, die in der makroskopischen Welt unserer Alltagserfahrung nicht zu beobachten sind. So spielt beispielsweise die Interferenz von Elektronenwellen beim Ladungstransport in mesoskopischen Systemen häufig eine wichtige Rolle. Die Übertragung derartiger Phänomene in unsere alltägliche Welt, wie dies in diesem Cartoon anhand eines Schiläufers gezeigt ist, erscheint uns zurecht sonderbar (Zeichnung: R. J. Buchelt).

Kapitel 2

Grundlagen zum physikalischen Verständnis

Dieses Kapitel gibt einen kurzen Überblick über die physikalischen Grundlagen, die für die vorliegende Arbeit von besonderer Bedeutung sind. Der Begriff Transport bezieht sich auf die gerichtete Bewegung von Elektronen im Festkörper. Der erste Abschnitt dieses Kapitels erläutert deshalb kurz die wichtigsten Begriffe bei der Beschreibung des elektronischen Transports. Der Ausdruck mesoskopisch im Titel der Arbeit verweist auf den Bereich der typischen Abmessungen, welche für die untersuchten Strukturen relevant sind. Diesem Thema ist der zweite Abschnitt des Kapitels gewidmet. Im dritten Abschnitt wird auf die Eigenschaften von zweidimensionalen Elektronengasen (2DEG) und deren besondere Bedeutung für diese Arbeit eingegangen. Im letzten Abschnitt schließlich werden die wichtigsten Grundlagen des Magnetismus, insbesondere in Hinblick auf Nanomagnete, kurz beschrieben und diskutiert. Ziel dieses Kapitels ist es einen kurzen Abriss der jeweiligen Thematik zu geben, für eine entsprechend detailliertere Abhandlung der einzelnen Gebiete sei bereits hier auf die jeweils angegebene Literatur verwiesen.

2.1 Charakterisierung von Elektronen in Festkörpern

Elektronen sind negativ geladene Elementarteilchen ohne räumliche Ausdehnung. Sie haben einen Spin von $1/2$ und gehören deshalb zur Klasse der Fermionen. Die elektrische Ladung eines Elektrons ist eine fundamentale Naturkonstante: $e = 1,60217653 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Da die Elektronen im Festkörper aber nicht für sich alleine existieren, muss man zur Beschreibung ihres Verhaltens auch deren Wechselwirkung mit der Umgebung und untereinander berücksichtigen. Diese Wechselwirkungen sind aufgrund der extrem großen Zahl von beteiligten Teilchen in Festkörpern nicht direkt zu erfassen. Deshalb werden häufig Modelle verwendet, welche die Wechselwirkung der Elektronen untereinander und mit den Atomrümpfen des Festkörpers

auf effektive Felder und Quasiteilchen abbilden. Als Atomrumpf bezeichnet man die Atomkerne mit den fest gebundenen Hüllenelektronen aus denen der Festkörper aufgebaut ist. Entscheidend für die Transporteigenschaften ist nämlich nur ein relativ kleiner Teil der Elektronen. Es bildet sich ein System, dessen Elektronen räumlich nicht mehr einem einzelnen Atom zuzuordnen sind. Die Elektronen verteilen sich vielmehr auf ausgedehnte Zustände deren Beschreibung nur im Rahmen der Quantenmechanik möglich ist. Die Zustände weisen den Elektronen in einem Kristall bestimmte Energiewerte zu und es bilden sich so genannte Energiebänder aus. Diese Bandstruktur berücksichtigt den Einfluss des Kristallgitters der Rumpfatome, so dass das Verhalten der für den Transport im Festkörper verantwortlichen Elektronen durch die Bandstruktur des jeweiligen Materials vollständig erfasst ist. Aus dieser ergibt sich unter anderem eine effektive Masse m^* für die Elektronen, welche zur korrekten Beschreibung ihres dynamischen Verhaltens beim Anlegen externer Felder verwendet werden muss.

Ein wesentlicher Bestandteil der Beschreibungen dieser Elektronensysteme ist die zugrundeliegende Fermistatistik. Sie bestimmt die von der Temperatur abhängige Verteilung der Elektronen auf die im System zur Verfügung stehenden Zustände. Am absoluten Nullpunkt der Temperatur sind alle Zustände bis zu einer maximalen Energie, der so genannten Fermienergie E_f , besetzt. Für endliche Temperaturen liefert die Fermiverteilung die entsprechenden Besetzungswahrscheinlichkeiten für die jeweiligen Zustände.

Je nachdem auf welcher Energie- und Längenskala (siehe nächster Abschnitt) man den Ladungstransport untersucht, spielt die Quantenmechanik eine weitere wichtige Rolle, in der sich der Welle-Teilchen-Dualismus widerspiegelt. Für hohe Energien und große Systemabmessungen verhalten sich die Transportelektronen wie Teilchen, die sich in der Potenziallandschaft der Rumpfatome bewegen und man beobachtet ballistischen oder diffusiven Transport. Im anderen Grenzfall kleiner Probenabmessungen und niedriger Elektronenenergien bestimmt der Wellencharakter ganz wesentlich das Transportverhalten im Festkörper, was Interferenzerscheinungen für die Elektronen genauso zur Folge hat wie Wellenleitereffekte oder nichtlokale Transportphänomene. Die genannten Erscheinungen weisen den Abmessungen und der Geometrie der Probe eine zentrale Rolle bei Transportuntersuchungen zu. Außerdem gestaltet es sich bei kleiner werdenden Proben zunehmend schwieriger den untersuchten Effekt von probenspezifischem Verhalten oder Umgebungseinflüssen zu unterscheiden und von Rauscheffekten zu trennen.

Es existiert eine Vielzahl unterschiedlicher Ansätze zur Berechnung des Transports von Elektronen, die wichtigsten Modelle für zweidimensionale Elektronengase werden in Abschnitt 2.3.3 kurz vorgestellt. In dieser Arbeit wird stets die vereinfachte Darstellung der Bewegung einzelner, nicht miteinander wechselwirkender Transportelektronen verwendet. Der Erfolg dieser Vorgehensweise bei der Beschreibung vieler Transportphänomene rechtfertigt die vorgenommenen Vereinfachungen für diese Fälle. Dennoch sind auch zahlreiche Effekte bekannt, bei denen diese Herangehensweise nicht mehr den erwünschten Erfolg bringt. Dazu gehören Mechanismen mit

einer Korrelation der Transportelektronen wie z. B. in Luttingerflüssigkeiten oder dem Coulomb-drag-Effekt [1, 2, 3] genauso wie die makroskopische Korrelation der Ladungsträger bei der Supraleitung [4, 5] oder dem fraktionalen Quanten-Hall-Effekt [6, 7].

Neben den drei Freiheitsgraden für die Bewegung im Raum besitzen Elektronen mit dem Spin \mathbf{S} noch einen weiteren Freiheitsgrad. Die Existenz des Spins lässt sich wiederum nur quantenmechanisch erklären. Es handelt sich um einen inneren Drehimpuls, der anschaulich betrachtet dadurch gekennzeichnet ist, dass er entlang der Quantisierungsachse nur die Werte $\pm \hbar/2$ („Spin up“ oder „Spin down“) annehmen kann. Diese Quantisierungsachse kann dabei beliebig im Raum orientiert sein. Mit dem Spin geht ein magnetisches Moment einher, weshalb der Spin in einem Magnetfeld präzediert:

$$\dot{\mathbf{S}} = \gamma \mathbf{S} \times \mathbf{B} \quad (2.1)$$

Die Proportionalitätskonstante γ ist der Quotient aus magnetischem Moment und Gesamtdrehimpuls, sie wird als gyromagnetisches Verhältnis bezeichnet. Die Frequenz der Präzession, die Larmorfrequenz ω_L , ist damit proportional zur Stärke des Magnetfeldes $B = |\mathbf{B}|$ und zu γ :

$$\omega_L = \gamma B. \quad (2.2)$$

In der quantenmechanischen Betrachtung beschreibt diese Gleichung die Zeitentwicklung des Erwartungswertes des Spinoperators in Gegenwart eines Magnetfeldes \mathbf{B} . Bei freien Elektronen ist der Spin von den räumlichen Freiheitsgraden völlig losgelöst. In Atomen und Festkörpern hingegen gibt es eine Spin-Bahn-Wechselwirkung, die den Spin an die räumliche Bewegung koppeln kann (siehe z. B. [8]). Die Spin-Bahn-Wechselwirkung ergibt sich aus der relativistischen Schrödinger-Gleichung (Dirac-Gleichung) für die Bewegung der Spin-behafteten Elektronen im Coulombfeld der Atomkerne. Entsprechend ist die Spin-Bahn-Wechselwirkung in Atomen und Festkörpern meist umso stärker, je größer die Ordnungszahl der beteiligten Atome ist. Die Spin-Bahn-Wechselwirkung entspricht anschaulich einem effektiven Magnetfeld, in dem der Spin präzediert. Neben der reinen Spin-Bahn-Wechselwirkung können die effektiven Felder in Festkörpern viele mögliche Ursachen haben, da der atomare Aufbau der Festkörper in Verbindungshalbleitern und Halbleiterheterostrukturen sehr komplex sein kann. Einerseits können die effektiven Felder eine zusätzliche Aufspaltung der elektronischen Bandstruktur hervorrufen. Andererseits beeinflussen sie auch die Zeeman-Aufspaltung der Spin-Niveaus in einem äußeren Magnetfeld, die durch den so genannten Landé- oder g_s -Faktor charakterisiert wird. In Festkörpern treten deshalb häufig g_s -Faktoren auf, deren Werte sich deutlich vom Wert 2 für freie Elektronen unterscheiden.

2.2 Längenskalen, relevante Längen und Transportregimes

Wie bereits erwähnt ist das Wechselspiel von verschiedenen Längen und Abmessungen für die Ausprägung bestimmter Transportmechanismen von wesentlicher Bedeutung. Dieser Abschnitt gibt einen Überblick über die wichtigsten Längen, die beim Transport in Nanostrukturen eine besondere Rolle spielen:

- Fermiwellenlänge

Das Transportverhalten der Elektronen im Festkörper lässt sich in einem zweckmäßigen Bild auf das Verhalten der Elektronen in unmittelbarer Nähe des Ferminiveaus reduzieren. Für die Zustände dieser Transportelektronen gibt es ein Analogon zur de-Broglie-Wellenlänge von freien Teilchen in der Quantenmechanik: Die Fermiwellenlänge λ_f . Sie entspricht der von der kinetischen Energie abhängigen Wellenlänge der Orts-Wellenfunktionen, welche die Ein-Elektronen-Zustände am Fermi-niveau im Festkörper beschreiben. Für die in dieser Arbeit verwendeten zweidimensionalen Elektronensysteme ist die Beschreibung der Zustände durch einfache ebene Wellen eine sehr gute Näherung (siehe Abschnitt 2.3). Im allgemeineren Fall werden die Zustände als Lösungen der Schrödinger-Gleichung im periodischen Potenzial des Rumpfatomgitters durch Blochwellen beschrieben. Diese sind ebene Wellen, die durch eine zum Kristallgitter periodische Funktion moduliert sind. Die Gesamtheit der Lösungen der Schrödinger-Gleichung resultiert in der oben bereits erwähnten Bandstruktur des jeweiligen Materials. Häufig wird statt λ_f auch die Fermiwellenzahl $k_f = 2\pi/\lambda_f$ verwendet. Der Vektor \mathbf{k} kann infolge der endlichen Ausdehnung der Probe nur diskrete Werte annehmen. Dieser Wellenvektor beschreibt die Ausbreitung der ebenen Welle, die einer entsprechenden Blochwelle zugrunde liegt. Die Energiedispersion $E(\mathbf{k})$ eines Bandes gibt die Energie der Kristallelektronen in Abhängigkeit des Wellenvektors \mathbf{k} an.

- Phasenkohärenzlänge

Die Phaseninformation der Wellenfunktion bleibt beim Transport nur über eine endliche Distanz erhalten, bevor Streuprozesse sie auslöschen. Die Phasenkohärenzlänge l_φ beschreibt die mittlere Länge, welche die Elektronen zurücklegen, bevor ihre Phase zerstört wird. Interessant ist, dass z. B. ortsfeste Streuzentren die Phasenkohärenz nicht beeinflussen, wenn sie keinen internen Freiheitsgrad aufweisen, da sie immer in gleicher Weise wirken und deshalb lediglich eine feste Phasenverschiebung verursachen. Die Elektron-Elektron-Streuung und die Streuung an Phononen dagegen zerstören die Phaseninformation, da die Streuer ihre Eigenschaften z. B. den Ort mit der Zeit ändern. Auch magnetische Verunreinigungen mit ihrer zeitabhängigen Spineinstellung verursachen eine Verkürzung von l_φ . Die Phasenkohärenzlänge bestimmt die

maximale Länge auf der es möglich ist, Quanteninterferenzeffekte zu beobachten.

- Mittlere freie Weglänge

Die mittlere freie Weglänge l ist die durchschnittliche Weglänge, die ein Elektron ohne Wechselwirkung zurücklegt. Unter einer Wechselwirkung wird dabei jede Art von Energie- bzw. Impulsänderung des Elektrons verstanden, also jedes Streueignis. l wird deshalb oft auch als Streulänge bezeichnet und dementsprechend ist die mittlere Streuzeit τ_S als die Zeit definiert, die im Mittel zwischen zwei Streueignissen vergeht¹ Für die freie Weglänge gilt deshalb:

$$l = \tau_S v_f, \quad (2.3)$$

wobei v_f für die Fermigeschwindigkeit steht. Diese ergibt sich für den einfachen Fall einer parabolischen Energiedispersion $E(\mathbf{k})$ aus der kinetischen Energie der Elektronen an der Fermikante E_f und deren effektiver Masse m^* gemäß:

$$v_f = \sqrt{\frac{2E_f}{m^*}}. \quad (2.4)$$

Wenn die überwiegende Zahl der Streueignisse bei tiefen Temperaturen und geringer Wechselwirkung zwischen den Elektronen nicht phasenzerstörend ist, dann kann die Phasenkohärenzlänge l_φ deutlich größer werden als die freie Weglänge l .

- Zyklotronradius

Ein geladenes Teilchen wird im Magnetfeld infolge der Lorentzkraft auf eine Kreisbahn gezwungen, deren Radius von der Geschwindigkeit des Teilchens abhängt. Der Zyklotronradius R_C gibt klassisch den Radius dieser Kreisbahn im homogenen Magnetfeld B an. Für Elektronen in zweidimensionalen Elektronengasen an der Fermikante ergibt sich der Radius der Zyklotronbahn zu:

$$R_C = \frac{\hbar k_f}{eB}. \quad (2.5)$$

Dieser Wert korrespondiert mit dem Maximum der Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Wellenfunktion für die Elektronen am Fermi-niveau im Magnetfeld [10].

Wie sich der Zyklotronradius, die Fermiwellenlänge und die Streueignisse, welche sowohl die Phasenkohärenzlänge als auch die mittlere freie Weglänge bestimmen, bei Transportexperimenten bemerkbar machen, hängt vor allem auch von den Abmessungen der zu untersuchenden Probe ab.

¹In manchen Fällen ist es günstig diese Definition etwas abzuändern und die freie Weglänge mit der Impulsrelaxationszeit τ_m zu verknüpfen. Dann gibt die mittlere freie Weglänge l an, wie weit sich ein Elektron bewegt, bevor es nach der Zeit τ_m seinen Anfangsimpuls abgebaut hat. Nach dieser Definition entspricht l nicht der Streulänge, da z. B. bei kleinen Streuwinkeln nur ein kleiner Teil des Anfangsimpulses abgebaut wird, oder bei elastischer Elektron-Elektron-Streuung überhaupt kein Gesamtimpuls der ununterscheidbaren Elektronen verloren geht (nach [9]).

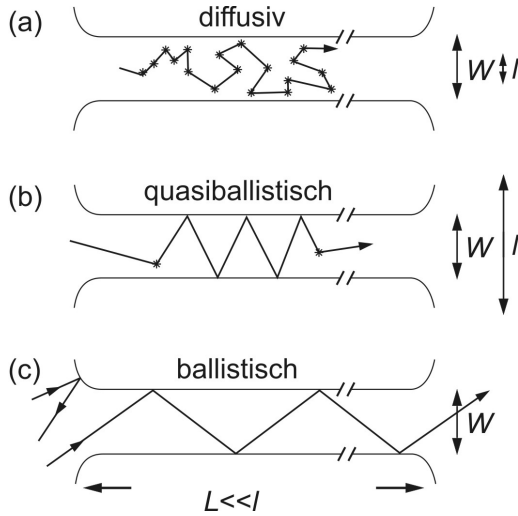


Abbildung 2.1: Vergleich der drei Transportregimes mit ihren typischen Elektronentrajektorien für a) diffusiven Transport (freie Weglänge deutlich kürzer als die Breite und die Länge des Leiters: $l < W, L$), b) quasi-ballistischen Transport ($W < l < L$) und c) ballistischen Transport ($W, L < l$). Die Sternchen in a) und b) symbolisieren Streuereignisse. An den Begrenzungen der Struktur werden die Elektronen spiegelnd reflektiert (nach [11]).

In den Naturwissenschaften werden zu untersuchende Objekte bzw. Systeme traditionell der makroskopischen oder der mikroskopischen Welt zugeordnet, je nachdem in welcher Größenordnung die Abmessungen der Objekte bzw. Systeme liegen. Eine modernere Einteilung weist zusätzlich noch einen mesoskopischen Größenbereich aus. Dieser liegt zwischen dem makroskopischen und dem mikroskopischen Bereich (griech. *meso* = mitten, zwischen). Haben die Systemabmessungen die Größenordnung L_G , dann spricht man nach [12] von einem:

- makroskopischen System, wenn $1\mu m < L_G$,
- mesoskopischen System, wenn $1nm < L_G < 1\mu m$,
- mikroskopischen System, wenn $L_G < 1nm$.

Gerade der Transport in mesoskopischen Systemen wird häufig vom Zusammenspiel der unterschiedlichen Längenskalen geprägt. Durch die Verwendung geeigneter Materialien und die Messung bei hinreichend tiefen Temperaturen erreicht man, dass die Fermiwellenlänge und/oder die Streulängen in diesen Systemen die Transporteigenschaften dominieren. Häufig wird der Transport in mesoskopischen Systemen aber auch durch die Konkurrenz unterschiedlicher Transportmechanismen und die Nähe zu den Übergängen zwischen verschiedenen Transportregimes geprägt, diese werden im Folgenden kurz dargestellt (nach: [11]).

• Diffusiver Transport

Für Proben deren Abmessungen viel größer als die genannten Längen sind, führen Mittelungseffekte dazu, dass die Leitfähigkeit der Probe dem Ohmschen Gesetz folgt. Die Leitfähigkeit G eines rechteckigen ohmschen Leiters ist

proportional zu seiner Breite W und umgekehrt proportional zu seiner Länge L (für $l < W, L$, siehe Abbildung 2.1 a)):

$$G = \sigma \frac{W}{L}, \quad (2.6)$$

wobei σ die spezifische Leitfähigkeit bezeichnet. Die meisten makroskopischen Leiter zeigen ohmsches Verhalten.

- Ballistischer Transport

Lässt man zunächst Phaseneffekte außer Acht und betrachtet Proben mit Abmessungen, die kleiner als die mittlere freie Weglänge sind, so befindet man sich im Bereich des ballistischen Transports (siehe Abbildung 2.1 c)). In diesem Regime kann die Streuung an Verunreinigungen und Kristallfehlern vernachlässigt werden. In zweidimensionalen Elektronengasen, wie sie in dieser Arbeit verwendet wurden, (siehe Abschnitt 2.3) ist die verbleibende Streuung an den Probenrändern überwiegend spiegelnd. Dies führt dazu, dass bei diesen Proben nicht der spezifische Widerstand sondern vielmehr der geometrieabhängige (absolute) Widerstand die entscheidende Rolle spielt und sich in einer Reihe so genannter klassischer Geometrieefekte niederschlägt. Als Beispiele seien hier nur das letzte Hallplateau und das Quenching des Halleffektes genannt, die auch für die Hallkreuze der vorliegenden Arbeit eine wichtige Rolle spielen (siehe Abschnitt 3.2.2).

- Quasi-ballistischer Transport

Im Übergangsbereich von diffusivem zu ballistischem Transport spricht man von quasi-ballistischem Transport (siehe Abbildung 2.1 b)). Magnetotransportmessungen in diesem Regime, bei denen der Leiter in zwei Raumrichtungen (W_y, W_z) stark eingeschränkt ist und entlang der Stromrichtung länger als die mittlere freie Weglänge ist ($W_y, W_z < l < L$), offenbaren viele interessante Phänomene. Einerseits sind in abgeschwächter Form auch die beim ballistischen Transport bereits erwähnten klassischen Geometrieefekte zu beobachten. Andererseits bieten die Systeme im quasi-ballistischen Transportregime die Möglichkeit durch die Variation äußerer Parameter wie Temperatur und Magnetfeld das Zusammenspiel der Transportlängen zu steuern. Für Untersuchungen zur schwachen Lokalisierung und zu den universellen Leitwertfluktuationen (UCF) sind dies besonders günstige experimentelle Voraussetzungen [11].

Quanteninterferenz- und Quantum-Confinement-Effekte im Transport

Bei der Quanteninterferenz handelt es sich nicht um ein Transportregime, sondern um die Auswirkungen des mehr oder weniger stark ausgeprägten Wellencharakters der Elektronen im Festkörper auf den Transport. Dabei lässt sich der Einfluss

der Welleneigenschaften keinem bestimmten Transportregime zuordnen, sondern er kann, abhängig von der Wellenlänge der Elektronen, in jedem der drei vorab genannten Regimes das Transportverhalten modifizieren oder sogar dominieren. Wie groß die Auswirkungen der Interferenzeffekte auf die Transporteigenschaften einer Probe tatsächlich sind, hängt maßgeblich auch von deren Abmessungen und ihrer genauen Form ab. Deshalb spricht man in diesem Zusammenhang häufig auch von quantenmechanischen Geometrieeffekten. Im diffusiven Regime sind Phaseneffekte nur dann zu beobachten, wenn hauptsächlich elastische Streuprozesse auftreten, da diese die Phasenkohärenzlänge nicht verkürzen. In diesem Regime resultieren die quantenmechanischen Korrekturen überwiegend aus der Interferenz der Wahrscheinlichkeitsamplituden für verschiedene Elektronentrajektorien (Feynmanpfade) zwischen zwei Punkten. Vor allem im ballistischen Regime, in dem Streuung nur an den Probenrändern auftritt, zeigt die Welleneigenschaft der Elektronen noch eine andere Auswirkung auf deren Transportverhalten. Werden die Abmessungen entlang einer oder mehrerer Raumrichtungen so weit eingeschränkt, dass nur noch wenige Wellenzüge der Wellenfunktion Platz finden, so bilden sich einem Grundprinzip der Quantenmechanik zufolge (siehe z. B. [13]) diskrete Energieniveaus aus, deren Wellenfunktionen den Randbedingungen der räumlichen Einschränkung (Einschlusspotenzial, *Quantum-Confinement*) genügen müssen. Dieses Grundprinzip ist für die vorliegende Arbeit von entscheidender Bedeutung, da es einerseits für die Ausbildung der 2DEGs verantwortlich ist (siehe Abschnitt: 2.3). Andererseits verursacht es auch die Entstehung von Transportkanälen (transversale Moden) in den dünnen langgestreckten Leiterbahnen der aus dem 2DEG-Material strukturierten Bauteile. Die Entstehung dieser Moden erfolgt in Analogie zu den transversalen Moden von Wellenleitern für elektromagnetische Wellen, deshalb werden diese Bauteile oft als Elektronenwellenleiter bezeichnet [9]. Die Transporteigenschaften können wie bei einem elektromagnetischen Wellenleiter durch eine geeignete Geometrie des Leiters gezielt eingestellt werden, weshalb man bei entsprechenden Transportexperimenten im ballistischen Regime gelegentlich auch von Elektronenoptik im Festkörper spricht [11]. Beispielsweise die Leitfähigkeitsquantisierung in einem Quantenpunktkontakt kann mit Hilfe der verschiedenen diskreten Moden eines Wellenleiters erklärt werden. Die Experimente zur Untersuchung des Aharonov-Bohm-Effekts [14] in 2DEGs, wie sie auch in dieser Arbeit vorgestellt werden, zählen ebenfalls zu dieser Kategorie von Experimenten (siehe Abschnitt 3.3).

Magnetotransport und Quanten-Hall-Regime

Bei Magnetotransport-Experimenten wird das Transportverhalten unter dem Einfluss von (veränderlichen) externen Magnetfeldern untersucht. Dabei gibt es verschiedene Mechanismen wie sich ein Magnetfeld auf das Transportverhalten auswirken kann. Bei kleinen Magnetfeldern werden die Elektronen-Trajektorien infolge der Lorentzkraft gekrümmt. Dies schlägt sich, wie in dieser Arbeit gezeigt wird, auf sehr unterschiedliche Weise im Ladungstransport nieder (siehe Abschnitt 3.2).

Bei Transportmessungen an Quanteninterferenz-Systemen spielen Magnetfelder zur gezielten Beeinflussung der Phasen von Wellenfunktionen eine herausragende Rolle (siehe Abschnitte 3.3 und 3.4).

Vor allem in zweidimensionalen Systemen (siehe Abschnitt 2.3) wirkt sich ein externes Magnetfeld auch noch auf eine andere Art aus. Ohne externes Magnetfeld besetzen die Elektronen innerhalb eines Bandes oder Subbandes ein nahezu kontinuierliches Energiespektrum bis zur Fermikante. Durch Anlegen eines Magnetfeldes bilden sich diskrete Energieniveaus aus, die als Landauniveaus bezeichnet werden. Die Zahl der Landauniveaus unterhalb der Fermienergie nimmt mit zunehmendem Magnetfeld immer weiter ab, während gleichzeitig die Entartung dieser Zustände zunimmt. Ist das Transportverhalten eines (zweidimensionalen) Leiters von der Kondensation der Elektronen auf die Landauniveaus geprägt, dann befindet man sich im so genannten Quanten-Hall-Regime, das durch viele interessante Transportphänomene gekennzeichnet ist. Für die vorliegende Arbeit ist dieses Transportregime jedoch von untergeordneter Bedeutung, weshalb an dieser Stelle nicht näher darauf eingegangen werden soll.

2.3 Zweidimensionale Elektronengase (2DEG)

Die Fähigkeit Halbleiterschichtstrukturen mit hoher Kristallperfektion, großer Reinheit und atomlagengenauen Übergängen zu wachsen, erlaubt es Materialsysteme herzustellen, in denen sich ein zweidimensionales Elektronengas (2DEG) ausbildet. Obwohl es sich im mathematisch strengen Sinne natürlich nicht um ein zweidimensionales System handelt, weisen diese Systeme einige modellhafte Eigenschaften auf, welche die gewählte Bezeichnung verständlich machen. So ist z. B. die Bewegung der Elektronen senkrecht zur Schicht stark eingeschränkt, wohingegen die Elektronen bei einer Bewegung innerhalb der Schicht bei tiefen Temperaturen kaum Streuungen erfahren und sich nahezu frei bewegen können. Die mittlere freie Weglänge in der Schichtebene kann deutlich über $10\ \mu\text{m}$ betragen. 2DEG-Systeme weisen außerdem meist eine niedrige und über einen weiten Bereich einstellbare Elektronendichte auf. Verbunden damit ist eine verhältnismäßig große Fermiwellenlänge, die mit typischerweise $10\ \text{nm}$ bis $100\ \text{nm}$ zum Teil über den Abmessungen der kleinsten lateral herstellbaren Strukturen liegt. Die reduzierte Dimensionalität und die aus der näherungsweise parabolischen Dispersionsrelation resultierende kreisförmige Fermifläche vereinfachen in vielen Fällen die mathematische Beschreibung der 2DEG-Systeme.

2.3.1 Quantum Confinement

Im Folgenden wird exemplarisch ein dreidimensionales Elektronengas betrachtet, das in z -Richtung durch zwei unendlich hohe Potenzialwände bei $z = \pm H/2$ auf einen engen Raumbereich der Breite H eingeschränkt ist (nach [15]). Die räumliche Eingrenzung hat zur Folge, dass die Wellenfunktionen der Elektronen in z -Richtung den

Randbedingungen eines engen Kastenpotenzials (Confinement-Potenzial) genügen müssen, wohingegen die Wellenfunktionen senkrecht zur Einschränkung, also in der xy -Ebene nach wie vor Bloch-Charakter haben sollen. Das Verschwinden der Wellenfunktion bei $z = \pm H/2$ impliziert, dass die möglichen Wellenlängen λ bzw. \mathbf{k} -Vektoren in z -Richtung gegeben sind durch:

$$\lambda_n = \frac{2H}{n} \quad (2.7)$$

und

$$k_{z,n} = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{\pi}{H}n, \quad (2.8)$$

wobei $n = 1, 2, 3, \dots$ gilt.

Die zugehörigen Energieeigenwerte lauten:

$$E_{z,n} = \frac{\hbar^2 k_{z,n}^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\pi^2}{H^2} n^2. \quad (2.9)$$

Die Gesamtenergie E_n der Elektronen ist die Summe aus der kinetischen Energie E_{\parallel} der in x - y -Ebene ungestörten ebenen Wellen und den diskreten Energiebeiträgen, die aus dem Confinement in z -Richtung resultieren:

$$E_n = E_{\parallel} + E_{z,n} = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\pi^2}{H^2} n^2. \quad (2.10)$$

Man erhält also für die Eigenenergien eine Abfolge von Parabeln in k_x - und k_y -Richtung, die so genannten 2D-Subbänder. Für sehr kleine H wird der Abstand der Subbänder wegen $E_{z,n} \propto 1/H^2$ sehr groß. Die 2D-Subbänder besitzen eine konstante Zustandsdichte $D(E)$, es gilt:

$$D(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} = \text{const.} \quad (2.11)$$

Für die exakte Bestimmung der Eigenenergien eines 2D-Systems ist die genaue Form des Confinement-Potenzials erforderlich. Für viele Fälle kann jedoch das Potenzial durch ein einfaches Rechteckpotenzial endlicher Tiefe oder für den Fall von modulationsdotierten Heterostrukturen (siehe Abschnitt 2.3.2), wie sie in dieser Arbeit zum Einsatz kamen, durch ein Dreieckspotenzial angenähert werden (siehe z.B. [16]). Auch für diesen realistischeren Fall ergibt sich eine Abfolge von 2D-Subbändern als Lösung des Eigenwertproblems. Abbildung 2.2 zeigt exemplarisch die niedrigsten Energieniveaus und die zugehörigen Wellenfunktionen für ein Dreieckspotenzial.

Die Ladungsträgerdichte n_s gibt die Zahl der Elektronen pro Flächeneinheit im jeweiligen Subband an. Wegen der konstanten Zustandsdichte innerhalb eines Subbandes besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Fermienergie E_f und n_s . Bei den in dieser Arbeit verwendeten 2DEGs ist das Confinement so stark und die Ladungsträgerdichte so gering, dass nur das unterste Subband besetzt ist, so dass die

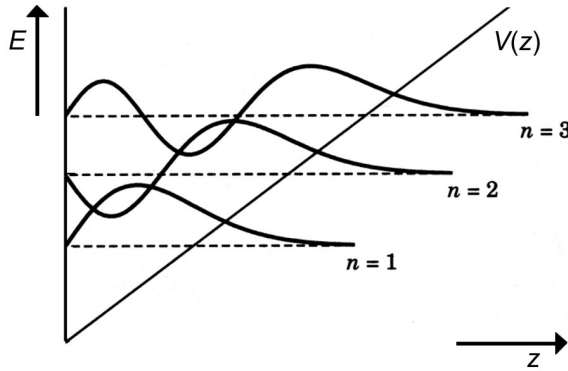


Abbildung 2.2: Das Confinement-Potenzial von modulationsdotierten Heterostrukturen kann häufig als Dreieckspotenzial $V(z)$ genähert werden. Die Abbildung zeigt die aus der räumlichen Einschränkung resultierenden Energieniveaus und den Verlauf der Wellenfunktionen entlang der Confinement-Richtung für die ersten drei Subbänder (nach [10]).

Elektronengase durch eine zweidimensionale parabolische Dispersionsrelation mit der Grundzustandsenergie $E_{1,n}$ beschrieben werden können. Für diese Fälle ist es zweckmäßig den Nullpunkt der Energie mit der Grundzustandsenergie gleichzusetzen. Zwischen der Fermienergie, der Fermiwellenlänge bzw. der Fermigeschwindigkeit und der Ladungsträgerdichte gelten in diesen Systemen dann folgende einfache Beziehungen:

$$E_f = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2 \pi n_s}{m^*}, \quad (2.12)$$

$$\lambda_f = \sqrt{2\pi/n_s} \quad (2.13)$$

bzw.

$$v_f = \frac{\hbar k_f}{m^*} = \frac{\hbar}{m^*} \sqrt{2\pi n_s}, \quad (2.14)$$

wobei k_f der Wellenvektor für die durch das Confinement nicht eingeschränkte Bewegung der Elektronen an der Fermikante in der Ebene des 2DEGs ist.

Ein- oder gar null-dimensionale Elektronengas-Systeme (Quantendrähte bzw. Quantenpunkte) können durch Einschränkungen des zweidimensionalen Elektronengases entlang einer zweiten bzw. aller drei Dimensionen erhalten werden. Ein entsprechend schwächeres Confinement entlang weiterer Raumrichtungen resultiert in kleineren Energieabständen zwischen den Subniveaus der zusätzlichen Einschränkungen. Bei geeigneter Ladungsträgerdichte sind deshalb häufig mehrere dieser Niveaus mit Elektronen besetzt. Für langgestreckte Leiterbahnen in 2DEGs mit passender Breite und geeigneter Ladungsträgerdichte entstehen so die bereits erwähnten transversalen Transportmoden. Bei Quantenpunkten werden die Halbleiterstrukturen entlang aller drei Raumrichtungen eingeschränkt und es kommt zur Ausbildung eines vollständig diskreten Energiespektrums. Dieses Spektrum weist große Ähnlichkeit mit dem Energiespektrum von Atomen auf, weshalb Quantenpunkte häufig auch als künstliche Atome bezeichnet werden.

2.3.2 Realisierung von 2DEGs

Mit Hilfe der Molekularstrahlepitaxie (MBE) ist es heute möglich verschiedene Halbleitermaterialien in einkristalliner Form übereinander aufzuwachsen. Voraussetzung dafür ist, dass die Halbleitermaterialien ähnliche Gitterkonstanten aufweisen, um epitaxiale Verspannungseffekte zu minimieren. Diese Fähigkeit Halbleiterschichtstrukturen mit hoher Kristallperfektion, großer Reinheit und atomlagengenauen Übergängen zu wachsen, erlaubt es, Materialsysteme herzustellen, in denen sich ein laterales Confinement-Potenzial ausbildet, das für hochbewegliche 2DEGs unabdingbar ist. Entscheidend für die Ausbildung des Einschluss-Potenzials sind unterschiedlich große Bandlücken und verschiedene Elektronenaffinitäten der übereinander gewachsenen Halbleitermaterialien. Die Folge dieser Diskontinuitäten im Verlauf

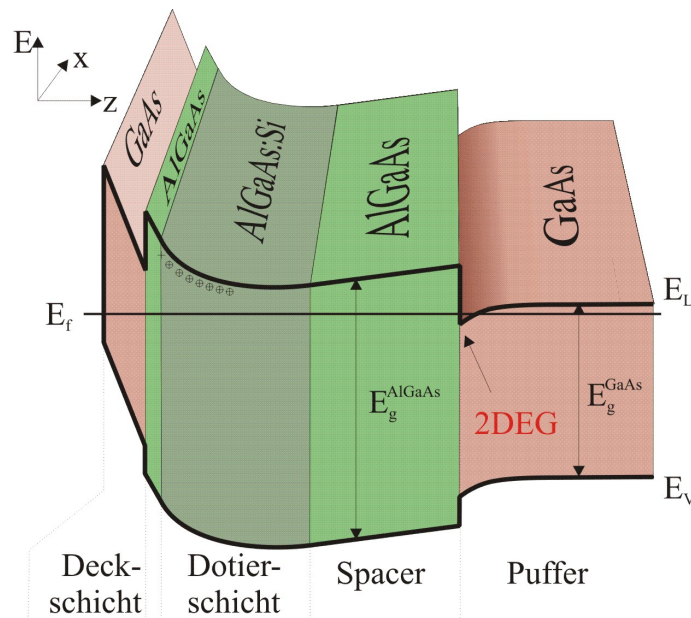


Abbildung 2.3: Der Bandverlauf (Valenzband E_V und Leitungsband E_L) einer typischen AlGaAs/GaAs-Heterostruktur bildet im Leitungsband einen dreiecksförmigen Potenzialtopf an der Grenzfläche zwischen AlGaAs-Spacer und GaAs-Puffer. Dort entsteht das 2DEG in dem sich die Elektronen senkrecht zur Wachstumsrichtung ($-z$) in der x - y -Ebene nahezu frei bewegen können, während ihre Bewegung in z -Richtung stark eingeschränkt ist. Entscheidend für den genauen Verlauf der Bänder sind neben den unterschiedlich großen Bandlücken, E_g^{AlGaAs} und E_g^{GaAs} , auch die Schichtdicken von Deckschicht und Dotierschicht sowie das Dotierprofil (meist Si, vergleiche dazu auch Abbildung 2.4). Die gesamte Bandstruktur ist schließlich das Resultat eines sich konstant einstellenden Fermi-niveaus E_f , das aufgrund von Oberflächenzuständen an der Vakuumgrenze der Probe in der Bandlücke gepinnt ist (Bild nach [17]).

der Bänder ist eine Ladungsverschiebung mit der hohe elektrische Felder im Material verbunden sind. Dies resultiert in einer Verbiegung von Leitungs- und Valenzband in der Nähe der Grenzfläche. Sehr gute Ergebnisse werden mit Heterostrukturen aus GaAs (Gitterkonstante: 5,65 Å) und AlAs (5,66 Å) bzw. der ternären Verbindung

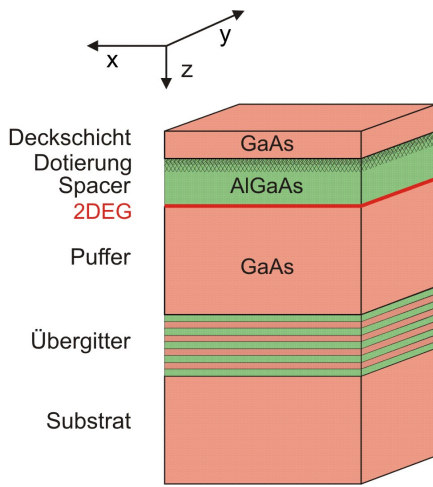


Abbildung 2.4: Um in einer Heterostruktur einen Bandverlauf zu erzeugen, bei dem sich, wie in Abbildung 2.3 gezeigt, ein oberflächennahes und dennoch hochbewegliches 2DEG ausbildet, ist es erforderlich eine gut abgestimmte Folge von unterschiedlichen Schichten aufzuwachsen. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Materialien wurde zunächst auf das Substrat ein undotiertes AlGaAs/GaAs-Übergitter aufgebracht an das sich ein GaAs-Puffer anschließt. An der Grenzfläche zur darauf folgenden AlGaAs-Schicht bildet sich das Elektronengas. Diese Schicht dient außerdem als Spacer, um eine räumliche Trennung der 2DEG-Elektronen und der Dotierung zu gewährleisten, die bei flachen Elektronengasen meist als Bruchteil einer Si-Monolage (δ -Dotierung) ausgeführt ist. Eine Deckschicht aus GaAs schließt die Schichtfolge ab.

$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ erzielt. Der Bandverlauf einer solchen Schichtfolge ist in Abbildung 2.3 schematisch gezeigt.

Das Valenzband weist an der Grenzfläche von GaAs und $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ eine Stufe auf, im Leitungsband entsteht ein annähernd dreieckiger Potenzialtopf. Bei geeigneter Dotierung der Materialien stellt sich die Fermienergie so ein, dass in diesem Topf nur das unterste Subband mit Elektronen besetzt ist (siehe Abschnitt 2.3.1). Die atomar glatten Grenzflächen haben eine hohe Elektronenbeweglichkeit zur Folge (siehe Abschnitt 2.3.3), welche weiter gesteigert werden kann, indem zwischen der Grenzfläche und der dotierten AlGaAs-Schicht zunächst eine undotierte AlGaAs-Schicht (*Spacer*) gewachsen wird; durch die räumliche Trennung des 2DEGs von den ionisierten Störstellenrümpfen wird die Streuung der Elektronen vermindert (Modulationsdotierung).

Da häufig, wie auch in dieser Arbeit, oberflächennahe und dennoch hochbewegliche 2DEGs benötigt werden (vergleiche Abschnitt 3.2 und 4.3), ist eine große vertikale Ausdehnung (z -Richtung) der Dotierschicht nicht erwünscht. Deshalb reduziert man die Dotierschicht auf den Bruchteil einer Si-Monolage (δ -Dotierung).

In der Praxis wird die Schichtfolge auf der Oberseite meist noch mit einer Deckschicht aus GaAs versehen, um eine Oxidation zu verhindern. Nach unten schließt sich an die meist mehrere hundert nm dicke GaAs-Pufferschicht noch ein undotiertes AlGaAs/GaAs-Übergitter und schließlich das Substrat an (siehe Abbildung 2.4). Die effektive Masse m^* der Elektronen in dieser AlGaAs/GaAs-Heterostruktur ist wesentlich kleiner als die freier Elektronen (m_0). In reinem GaAs beträgt sie beispielsweise nur $m^* = 0,067 \cdot m_0$.

2.3.3 Beschreibung des Ladungstransports in 2DEGs

Bei der Darstellung des Ladungstransports in 2DEGs wird in dieser Arbeit auf Ideen und Ansätze aus unterschiedlichsten Transporttheorien zurückgegriffen. Diese

im Detail darzustellen und daraus ein einheitliches Transportmodell zu entwerfen ist – wenn überhaupt – im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich. Im Folgenden sind die wichtigsten Aspekte, die zur Beschreibung des Transports herangezogen werden, kurz zusammengestellt.

Transport im elektrischen Feld

In Anlehnung an das klassische Drudemodell [18] werden die Elektronen als Teilchen beschrieben, die beim Anlegen eines elektrischen Feldes \mathbf{E} zunächst mit der Kraft $-e\mathbf{E}$ in Richtung des Feldes beschleunigt werden, um nach der Zeit τ durch Streuung wieder vollständig abgebremst zu werden. Für die Elektronen im 2DEG mit der Masse m^* ergibt sich eine mittlere Geschwindigkeit in Richtung des elektrischen Feldes, welche Driftgeschwindigkeit \mathbf{v}_D genannt wird. Die Streuung wird durch Aufnahme eines Streutermes $m^* \mathbf{v}_D / \tau$ in die über viele Streuzeiten gemittelte klassische Bewegungsgleichung berücksichtigt.

$$\frac{m^* d\mathbf{v}_D}{dt} + \frac{m^* \mathbf{v}_D}{\tau} = e\mathbf{E} . \quad (2.15)$$

Im stationären Fall ($d\mathbf{v}_D/dt = 0$ und $\mathbf{E} = \text{const.}$) lässt sich damit die Driftgeschwindigkeit folgendermaßen berechnen:

$$\mathbf{v}_D = \frac{e\tau}{m^*} \mathbf{E} = \mu \mathbf{E} \quad (2.16)$$

Die Größe $\mu = e\tau/m^*$ beschreibt die bereits erwähnte Beweglichkeit der Elektronen. Die mittlere freie Weglänge l ergibt sich zu:

$$l = \tau v_f = \frac{\hbar}{e} \sqrt{2\pi n_s} \mu . \quad (2.17)$$

Diese Darstellung berücksichtigt bereits die Besetzung der Zustände im 2DEG nach der Fermistatistik und reduziert den Ladungstransport auf die Betrachtung der Elektronen unmittelbar an der Fermikante [9]. Für kleine elektrische Felder sind die resultierende Stromdichte \mathbf{j} und die elektrische Feldstärke \mathbf{E} zueinander proportional:

$$\mathbf{j} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{E} \quad (2.18) \quad \text{und} \quad \mathbf{E} = \boldsymbol{\rho} \mathbf{j} . \quad (2.19)$$

Die Proportionalitätskonstante $\boldsymbol{\sigma}$ wird Leitfähigkeit genannt und ist im allgemeinen Fall ein Tensor. Der Widerstand² $\boldsymbol{\rho}$ in Gleichung 2.19 ist deshalb ebenfalls ein Tensor, er ergibt sich aus $\boldsymbol{\sigma}$ durch Tensorinversion $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\sigma}^{-1}$.

²Genaugenommen handelt es sich nicht um einen einfachen Widerstand sondern um einen spezifischen Widerstand, der unabhängig von der Probengeometrie zur Charakterisierung des Materials herangezogen werden kann. Allerdings hat sich im allgemeinen Sprachgebrauch die nachlässigere, kürzere Form durchgesetzt, da meist keine Verwechslungen zu befürchten sind.

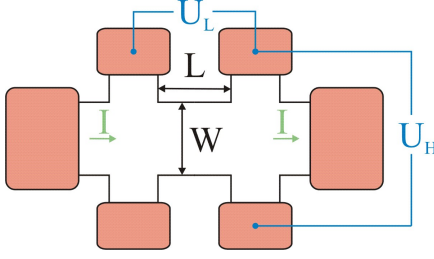


Abbildung 2.5: Zur Messung des Hall- und des Längswiderstandes werden meist Strukturen in Form einer Hallbar-Geometrie verwendet. Die 2DEG-Struktur ist zur elektrischen Kontaktierung mit ohmschen Kontakten versehen (rote Rechtecke). Entlang der Hallbar wird ein konstanter Strom I aufgeprägt, an jeweils zwei anderen Kontakten werden quer zur Hallbar die Hallspannung U_H bzw. entlang der Hallbar die Längsspannung U_L gemessen. Aus diesen Werten lassen sich mit Hilfe des Geometriefaktors (Länge/Breite = L/W) die Komponenten des Tensors für den spezifischen Widerstand bestimmen.

Transport im elektrischen und magnetischen Feld

Liegt zusätzlich zum elektrischen Feld noch ein schwaches magnetisches Feld \mathbf{B} senkrecht zur Ebene des 2DEGs an ($\mathbf{B} = (0, 0, B)$), dann hängt der Widerstandstensor $\boldsymbol{\rho}$ (und entsprechend auch $\boldsymbol{\sigma}$) wie folgt von B ab:

$$\rho_{xy} = -\rho_{yx} = -\frac{B}{e n_s} \quad (2.20) \quad \text{und} \quad \rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{e n_s \mu} . \quad (2.21)$$

Für den Zusammenhang zwischen Stromdichte \mathbf{j} und Feldstärke \mathbf{E} ergibt sich damit gemäß Gleichung 2.19:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{n_s e \mu} & -\frac{B}{n_s e} \\ \frac{B}{n_s e} & \frac{1}{n_s e \mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} . \quad (2.22)$$

Zur Charakterisierung eines 2DEG-Materials werden üblicherweise die Widerstandskomponenten ρ_{xy} und ρ_{xx} an einer Probe mit Hallbar-Geometrie gemessen (siehe Abbildung 2.5). Dazu werden bei konstantem Strom I sowohl der Spannungsabfall U_L entlang der Stromrichtung als auch senkrecht dazu U_H gemessen. Mit $\mathbf{j} = (j_x, 0)$ gilt nach Gleichung 2.22:

$$\rho_{xy} = \frac{E_y}{j_x} = \frac{U_H}{I} , \quad (2.23)$$

$$\rho_{xx} = \frac{E_x}{j_x} = \frac{U_L}{I} \frac{W}{L} . \quad (2.24)$$

Nach [9] ergibt ein Vergleich der Gleichungen 2.20 und 2.23 bzw. der Gleichungen 2.21 und 2.24 sofort den Zusammenhang der Messgrößen U_L und U_H mit den charakteristischen Materialgrößen n_s und μ :

$$n_s = \frac{1}{e} \frac{1}{\frac{d\rho_{xy}}{dB}} = \frac{I}{e} \frac{1}{\frac{dU_H}{dB}} , \quad (2.25)$$

$$\mu = \frac{1}{e n_s \rho_{xx}} = \frac{I}{e} \frac{1}{n_s U_L} \frac{L}{W} . \quad (2.26)$$

Die Proportionalitätskonstante zwischen ρ_{xy} und B wird als Hallkoeffizient α bezeichnet:

$$\alpha = \frac{d\rho_{xy}}{dB} = \frac{1}{en_s}. \quad (2.27)$$

Das bisher beschriebene einfache Modell liefert also für ein 2DEG einen konstanten, vom Magnetfeld unabhängigen Längswiderstand ρ_{xx} und einen Hallwiderstand ρ_{xy} der linear mit B zunimmt. Dieses Modell stößt jedoch bei der Beschreibung des Transports in mesoskopischen Systemen oft an Grenzen. Wie im Abschnitt 2.2 dargestellt, können die Elektronen in vielen Fällen eben nicht als klassische, häufig streuende Teilchen angenommen werden. Die Berücksichtigung von verschiedenen Abweichungen zu diesem einfachen Bild der Elektronen führt zu einer Vielzahl unterschiedlicher Transportmodelle.

Transportmodelle

In diesem Abschnitt werden Modelle zur Beschreibung des Magnetotransports in mesoskopischen Systemen vorgestellt, die für die vorliegende Arbeit von Bedeutung sind.

Elektronentrajektorien im ballistischen Regime

Ohne elektrisches Feld durchlaufen Elektronen im ballistischen Regime eines ausgedehnten 2DEGs im Magnetfeld ungestörte Zyklotronbahnen. Die klassische Bewegung eines Elektrons, bei gleichzeitig anliegendem elektrischen Feld in der Ebene des 2DEG und einem Magnetfeld senkrecht dazu ($\mathbf{B} = (0, 0, B)$), setzt sich aus zwei Komponenten zusammen (nach [10]). Es ergibt sich eine Driftbewegung (die so genannte $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -Drift) senkrecht zu beiden Feldern, die von einer Bewegung entlang von kreisförmigen Zyklotronbahnen (Radius: $R_C = \hbar k_f / eB$, Frequenz: $\omega_c = eB / m^*$) überlagert ist (siehe Abschnitt 2.2). Die Driftbewegung wird durch das elektrische Feld ausgelöst und ist für das Auftreten der Hallspannung senkrecht zum angelegten elektrischen Feld verantwortlich.

Entscheidend für die Auswirkungen des Magnetfeldes im Transport ist das Verhältnis der Systemabmessungen zum magnetfeldabhängigen Durchmesser der Zyklotronbahn $2R_C$. In dieser Arbeit kommen ausschließlich hinreichend schwache elektrische und (inhomogene) magnetische Felder in Kombination mit ausreichend kleinen Strukturabmessungen vor, so dass die Driftbewegung vernachlässigt werden kann. Die Elektronen bewegen sich damit auf gekrümmten Bahnen, deren ortsabhängiger Radius von der lokalen Stärke des Magnetfeldes abhängt. Auf diesem Bild baut das „Billard-Modell“ für Elektronen auf, das von Beenakker und van Houten eingeführt wurde [19]. In diesem werden die Elektronen als klassische geladene Teilchen behandelt, die an den Strukturgrenzen spiegelnd reflektiert werden. Um den Widerstand einer Probe mit mehreren Kontakten zu berechnen, kann man nun die Injektion einer großen Anzahl von Elektronen mit Fermigeschwindigkeit in

die Probe simulieren. Dabei verfolgt man die Trajektorien der einzelnen Elektronen mit einer geeigneten Verteilung der Startpunkte und der Anfangswinkel. Aus der statistischen Auswertung der Anzahl der Elektronenbahnen, die in den jeweiligen Kontakten enden, kann man die Spannungen an diesen Kontakten und damit die entsprechenden Widerstandswerte berechnen. Die Elektronen können Trajektorien durchlaufen, die stark vom direkten Strompfad abweichen, so dass der Widerstand einer Probe nicht allein von der Geometrie des Leiters zwischen den Potenzialabgriffen bestimmt wird, sondern auch von den Probeneigenschaften in einem weiten Bereiche um die Abgriffe abhängt, man spricht von nichtlokalen Widerstandseffekten (siehe dazu auch Abschnitt 3.2.2). Das Billard-Modell bedient sich im Wesentlichen der Ideen, die auch dem allgemeiner gefassten Landauer-Büttiker-Formalismus zugrunde liegen.

Landauer-Büttiker-Formalismus

In Messungen an Proben mit Dimensionen unterhalb der freien Weglänge der Elektronen findet man einen maximalen Sättigungswert der Leitfähigkeit. Im Landauer-Büttiker-Formalismus wird dieses Verhalten erklärt. Dazu betrachtet man ein System, das sich aus einem langgestreckten, rechteckigen ballistischen Leiter und zwei reflexionsfreien Kontakten (Reservoirs) an beiden Enden des Leiters zusammensetzt. Reflexionsfreiheit bezieht sich in diesem Fall auf eine verschwindende Rückstreuungswahrscheinlichkeit für Elektronen, die vom Leiter in den Kontakt eintreten. Die endliche Breite W des Leiterstücks hat, wie in Abschnitt 2.3.1 diskutiert, eine Aufspaltung der Elektronenenergien in transversale Moden (Kanäle) zur Folge. Deren Anzahl N lässt sich allgemein abschätzen [9] (ohne Spinaufspaltung):

$$N = \text{Int} \left(\frac{W}{\lambda_f/2} \right) . \quad (2.28)$$

$\text{Int}(x)$ beschreibt die nächst kleinere ganze Zahl zu x . Für einen ballistischen Leiter berechnet sich der Leitwert pro Mode G_n zu

$$G_n = \frac{2e^2}{h} . \quad (2.29)$$

Der Quotient $2e^2/h$ wird als Leitfähigkeitsquantum bezeichnet und beträgt $77,4 \mu S$. Der entsprechende Widerstand $R_n = G_n^{-1} = h/2e^2$ ergibt sich zu $12,9 k\Omega$. Der Widerstand R_K eines rechteckigen ballistischen Leiters resultiert aus einer Parallelschaltung der einzelnen Moden und beträgt demnach:

$$R_K = \frac{h}{2e^2 N} = \frac{12,9 k\Omega}{N} . \quad (2.30)$$

Obwohl keine Streuung vorhanden ist, ergibt sich ein endlicher Widerstand, der zudem nicht von der Länge des Leiters abhängig ist. Es handelt sich um einen

reinen Kontaktwiderstand, der allein durch die Kopplung des Leiters an die beiden Reservoirs verursacht wird.

Bei Abweichungen vom idealen ballistischen Rechteckleiter, etwa durch Änderungen der Geometrie oder das Einbringen von Streuern, ergeben sich auch Abweichungen von diesem idealen Verhalten. Man stellt fest, dass nur ein Teil der Elektronen T_n transmittiert wird. Der Transmissionskoeffizient T_n hängt von zahlreichen Parametern ab, insbesondere ist er im allgemeinen Fall für jeden Kanal n verschieden. Damit ergibt sich folgender Leitwert:

$$G = \frac{2e^2}{h} N \sum_n T_n . \quad (2.31)$$

Büttiker verallgemeinerte diesen Ansatz für Leiter mit einer beliebigen Zahl von Kontakten [20]. In Anlehnung an die Darstellung in [10] ergibt sich folgender Zusammenhang:

An jedem Kontakt m gibt es eine bestimmte Zahl stromtragender Moden N_m . Geeignete Definitionen des Gesamt-Reflexionskoeffizienten R_m (zurück zum Kontakt m) und der Teil-Transmissionskoeffizienten T_{nm} (für Ströme von Kontakt m zu einem anderen Kontakt n) berücksichtigen die Gesamtheit der Transmissions- und Reflexionskoeffizienten zwischen den einzelnen Kontakten. Da sich die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für jede einzelne Mode in einer Kontaktleitung jeweils zu 1 addieren, gilt:

$$R_m + \sum_{n, n \neq m} T_{nm} = N_m . \quad (2.32)$$

Der Kontakt m auf einem Potenzial V_m injiziert einen Strom $(2e/h)(N_m - R_m)V_m$ in die Kontaktleitung. Will man den Nettostrom in der Kontaktleitung m berechnen, muss man den injizierten Strom um die entgegenlaufenden Beiträge aus den übrigen Kontakten vermindern. Der Strom aus einem beliebigen anderen Kontakt n (auf dem Potenzial V_n) verursacht in der Kontaktleitung m den Strom $(2e/h)T_{mn}V_n$. Der Gesamtstrom in Kontaktleitung m berechnet sich also zu:

$$I_m = \frac{2e^2}{h} \left[(N_m - R_m) V_m - \sum_{n, n \neq m} T_{mn} V_n \right] . \quad (2.33)$$

Diese so genannte Büttiker-Formel setzt somit die Ströme und Potenziale an den Kontakten zueinander in Beziehung. Die Gesamtheit dieser Beziehungen resultiert in einem Gleichungssystem, das zur Berechnung der verschiedenen Widerstände herangezogen werden kann. Mit dieser Formel kann man z. B. beliebige Vierpunkt-Widerstände aus den Transmissions- und Reflexionswahrscheinlichkeiten berechnen. So ergibt sich für eine Probe mit Stromfluss von Kontakt 2 nach Kontakt 1 und der Spannungsmessung von Kontakt 4 nach Kontakt 3 folgender Widerstand $R_{21,43}$ (siehe Abbildung 2.6):

$$R_{21,43} = \frac{h}{2e^2} \frac{T_{42}T_{31} - T_{41}T_{32}}{S} , \quad (2.34)$$

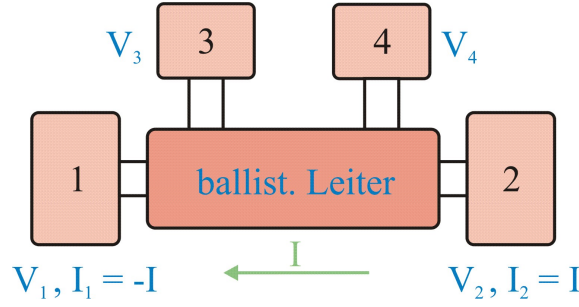


Abbildung 2.6: Über zwei ohmsche Kontakte 2 und 1 wird einem ballistischen Leiter ein konstanter Strom I aufgeprägt. Zwischen den Kontakten 4 und 3 wird stromlos ein Spannungsabfall ($V_4 - V_3$) gemessen. Mit dieser Nomenklatur ergibt sich der Vierpunkt-Widerstand nach der Büttiker-Formel, wie er in Gleichung 2.34 dargestellt ist.

wobei S die Determinante folgender Matrix ist:

$$\begin{pmatrix} -T_{21} & T_{21} + T_{23} + T_{24} & -T_{24} \\ -T_{31} & -T_{32} & -T_{34} \\ -T_{41} & -T_{42} & T_{41} + T_{42} + T_{43} \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Ausführliche Darstellungen zum Landauer-Büttiker-Formalismus finden sich u. a. auch in [9] und [11].

Für die Anwendbarkeit des Landauer-Büttiker-Formalismus ist einerseits die Zahl der Moden unerheblich und andererseits spielt auch der physikalische Mechanismus, der die Transmissions- bzw. Reflexionskoeffizienten bestimmt, keine Rolle. Er ist sowohl für die Fälle anwendbar, in denen der Transport der Elektronen wie im Billard-Modell durch Trajektorien von ballistischen Teilchen beschrieben werden darf, als auch in den Fällen, in denen nur sehr wenige Moden besetzt sind und deshalb der Wellenaspekt der Elektronen bei Transportuntersuchungen berücksichtigt werden muss.

Quanteninterferenzeffekte im ballistischen Transport

Für Systeme mit hinreichend großer Phasenkohärenzlänge in Kombination mit einem starkem Confinement und nur wenigen besetzten Moden, treten die bereits erwähnten Quanteninterferenzeffekte im ballistischen Transport auf. Da in diesem Regime die Streuung an den Probenrändern dominiert, werden die Wellenfunktionen der elektronischen Zustände in diesen Systemen hauptsächlich von der Geometrie und den Abmessungen der Probe bestimmt. Zusätzlich ist aber auch eine möglichst geringe Streuung an Phononen erforderlich, weil diese als inelastische Streuprozesse neben der freien Weglänge auch die Phasenkohärenzlänge verkürzen (vergleiche Abschnitt 2.2). Deshalb sind zur Beobachtung von Welleneffekten meist tiefe Temperaturen erforderlich. Für die Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge in 2DEGs gibt es allerdings bisher keine einheitliche Beschreibung. So berichtet eine

Gruppe um A. E. Hansen von einer T^{-1} -Abhängigkeit [21], während sich bei einem Experiment von M. Ferrier *et al.* eine Abhängigkeit der Phasenkohärenzlänge von der Temperatur mit einem Exponenten von $-1/3$ ergibt [22]. In [11] weisen C. W. J. Beenakker und H. van Houten zwar darauf hin, dass ein einfaches Potenzgesetz die Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge in 2DEGs nicht erschöpfend beschreiben kann, sie gehen aber näherungsweise von einer $T^{-1/2}$ -Abhängigkeit aus. Trotz dieser relativ breiten Streuung bringt eine Erniedrigung der Temperatur in jedem Fall eine deutliche Verlängerung der Phasenkohärenzlänge mit sich. Bei den geforderten tiefen Temperaturen bestimmen die Elektronen an der Fermikante das Transportverhalten. Deshalb sind die Fermiwellenlänge und der Fermiwellenvektor die entscheidenden Größen bei der Beschreibung der Transportelektronen als Welle. Diese Beschreibung der Elektronen durch Wellen führt zu Interferenzerscheinungen bzw. zur Ausbildung von stehenden Wellen, so dass man Effekte beobachten kann, die sich in Analogie zur Akustik oder Optik ergeben. Die Propagation der Elektronen und damit die Transmissions- und Reflexionswahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Moden im Landauer-Büttiker-Bild werden von den Amplituden der Wellenfunktionen bestimmt. Diese können sich in Bereiche der Probe erstrecken, die von den Ladungsträgern klassisch nicht erreichbar sind oder aufgrund von Interferenzeffekten eine vom Trajektorienbild stark abweichende Aufenthaltswahrscheinlichkeit ergeben. Die Folge davon sind auch hier nichtlokale Widerstandseffekte, wobei der Widerstand durch die Probengeometrie in einem Bereich der Phasenkohärenzlänge über die Kontaktleitungen hinaus beeinflusst werden kann (siehe z.B. C. P. Umbach *et al.* [23]).

2.4 Magnetismus bei ferromagnetischen Nanostrukturen

In diesem Abschnitt werden grundlegende Definitionen und Zusammenhänge im Bereich des Magnetismus vorgestellt, wobei bei den Betrachtungen ferromagnetische Teilchen mit Abmessungen im Bereich unterhalb eines Mikrometers im Vordergrund stehen. Dies ist für diese Arbeit von speziellem Interesse, da die magnetischen Nanopartikel keineswegs nur zur Erzeugung der inhomogenen Magnetfelder eine Rolle spielen. Vielmehr liefern die Transportmessungen unter dem Einfluss dieser Teilchen häufig auch interessante Erkenntnisse über die Magnetisierungsverhalten der Teilchen selbst. Bei den Transportmessungen an den Hallkreuzen (siehe Kapitel 5) offenbart sich dieser wechselseitige Erkenntnisgewinn, zwischen Transporteigenschaften der Sonden einerseits und der Magnetisierungsstruktur der Nanomagnetten andererseits, in besonderer Weise.

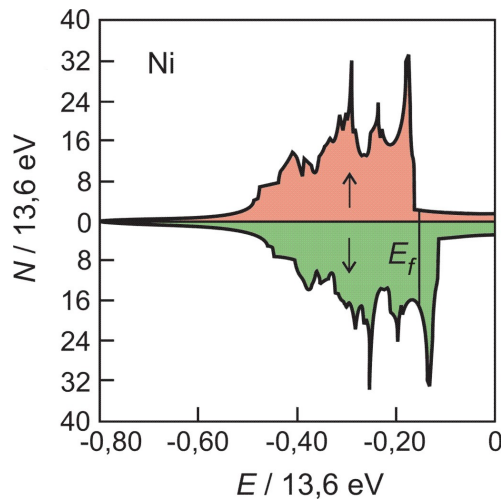


Abbildung 2.7: Aufgrund der Austauschwechselwirkung sind die Gesamtzustandsdichten der 3d und 4s Elektronen in Nickel für die beiden Spinorientierungen energetisch um etwa 1 eV gegeneinander verschoben. Da die beiden Teilbänder jeweils bis zur gemeinsamen Fermienergie E_f gefüllt sind, ergibt sich eine unterschiedliche Besetzung für \uparrow - und \downarrow -Spins, so dass ein magnetisches Nettomoment resultiert (aus [25]).

2.4.1 Grundlagen des Ferromagnetismus

Wie in Abschnitt 2.1 bereits erwähnt, ist mit dem Spin der Elektronen ein magnetisches Moment verbunden. Als Folge eines Zusammenspiels von Pauli-Prinzip und Coulomb-Wechselwirkung ergibt sich in der Quantenmechanik die Austauschwechselwirkung. Für lokalisierte Spins \mathbf{s}_i und \mathbf{s}_j lässt sich diese quantitativ wie folgt darstellen:

$$E_{ex} = -2 J_{ex} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j, \quad (2.36)$$

wobei J_{ex} das quantenmechanische Austauschintegral bezeichnet [24]. Bei den Übergangsmetallen Eisen, Kobalt und Nickel beruht der Ferromagnetismus nicht auf lokalisierten magnetischen Momenten, sondern wird durch frei im Kristall bewegliche Elektronen hervorgerufen. Verantwortlich für die kollektive Ausrichtung der Momente unterhalb der Curie-Temperatur sind die hohe Zustandsdichte im 3d-Band, ein großes positives Austauschintegral und die Tatsache, dass die 3d- und 4s-Bänder nicht vollständig besetzt sind. Unter diesen Voraussetzungen bringt eine Ungleichbesetzung der Spinsubbänder einen verhältnismäßig geringen Aufwand an kinetischer Energie bei gleichzeitig großem Gewinn an Austauschenergie mit sich. Dies hat zur Folge, dass sich die magnetischen Momente der Elektronen mit entgegengesetzter Spinorientierung nicht mehr vollständig kompensieren. Es ergibt sich für das jeweilige Material ein charakteristisches magnetisches Moment pro Volumen, welches als Magnetisierung \mathbf{M} bezeichnet wird (siehe Abbildung 2.7).

Die Einheit der Magnetisierung ist A/m. In homogenen Materialien ist ihr Betrag $M_S = |\mathbf{M}|$ innerhalb der Probe konstant, während der Richtungsvektor der Magnetisierung \mathbf{m} im Allgemeinen vom Ort \mathbf{r} und von der Zeit t abhängt:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = M_S \mathbf{m}(\mathbf{r}, t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{m}^2 = 1. \quad (2.37)$$

Mit Hilfe der so genannten Permeabilität des Vakuums μ_0 ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs/Am}$)

lässt sich die Magnetisierung in die magnetische Polarisation \mathbf{J} (Einheit: $Vs/m^2 = T = Tesla$) umrechnen:

$$\mathbf{J} = \mu_0 \mathbf{M} = J_S \mathbf{m}(\mathbf{r}, t) \quad \text{mit} \quad J_S = \mu_0 M_S, \quad (2.38)$$

wobei J_S die Sättigungspolarisation beschreibt. Die Darstellung der magnetischen Eigenschaften einer Probe mit Hilfe der Polarisation ist von besonderer Bedeutung, weil sie die Magnetisierung in eine magnetische Flussdichte (oder auch magnetische Induktion) \mathbf{B} (Einheit T) übersetzt. Die Flussdichte ermöglicht es, ein von außen an die Probe angelegtes Magnetfeld \mathbf{H} (Einheit A/m) und die Magnetisierung im Inneren der Probe zu einer Größe zusammenzufassen:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t). \quad (2.39)$$

In der Praxis wird häufig nicht streng zwischen Magnetfeld \mathbf{H} und der dadurch verursachten Flussdichte $\mu_0 \mathbf{B}$ im Vakuum unterschieden. Deshalb wird oft auch von einem Magnetfeld gesprochen, wenn eigentlich ein *B-Feld*, also eine Flussdichte gemeint ist, oder es wird von einem Magnetfeld der Stärke $x[T]$ gesprochen, wobei eigentlich das H-Feld gemeint ist, welches im Vakuum die Flussdichte \mathbf{B} hervorruft (also: $\mathbf{H} = x/\mu_0 \mathbf{T}$). In diesem Sinne werden die Magnetfelder in dieser Arbeit in der Einheit der magnetischen Flussdichte – also in T – angegeben.

Aus der ferromagnetischen Ordnung der magnetischen Momente folgt nun aber nicht, dass jede Probe aus ferromagnetischem Material nach außen hin magnetisch erscheint. Normalerweise besteht nämlich ein Ferromagnetikum aus einer Anzahl von Bezirken, die zwar einzeln eine einheitliche Magnetisierung aufweisen, aber so angeordnet sind, dass sich deren magnetisches Moment zumindest teilweise kompensiert. Diese Bezirke bezeichnet man gewöhnlich als Domänen und die magnetische Mikrostruktur wird durch die erwähnte orts- und zeitabhängige Polarisation $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ beschrieben. Die Aufteilung in Domänen ist eine Folge des Wechselspiels zwischen verschiedenen magnetischen Energiebeiträgen. Im Folgenden werden kurz die für die Experimente der vorliegenden Arbeit wichtigsten Beiträge vorgestellt (in Anlehnung an [26]).

- Austauschenergie

Wie oben beschrieben, begünstigt die Austauschwechselwirkung eine einheitliche Richtung der Magnetisierung, Abweichungen davon werden mit einem Energieaufwand „bestraft“. Die Austauschwechselwirkung ist zwar sehr stark, fällt aber mit zunehmendem Abstand rasch ab. Quantitativ lässt sich die Austauschenergie E_{ex} wie folgt erfassen:

$$E_{ex} = A \int ((\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2) dV. \quad (2.40)$$

Die Austauschenergie wird also um so größer, je stärker benachbarte Spins von der Parallelstellung abweichen. A ist die materialspezifische Austauschkonstante, sie kann als Spin-Steifigkeit der Magnetisierung aufgefasst werden.

- Zeeman-Energie

Die Zeeman-Energie E_H beschreibt die Wechselwirkung des vektoriellen Polarisationsfeldes $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ mit einem externen Magnetfeld \mathbf{H}_{ex} und ergibt sich zu:

$$E_H = - \int_{Probe} \mathbf{H}_{ex} \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}) dV . \quad (2.41)$$

Sie ist für ein homogenes externes Feld nur von der mittleren Magnetisierung, nicht aber von der Domänenstruktur oder der Form der Probe abhängig.

- Streufeld-Energie

Bereiche mit einheitlicher Magnetisierung wirken als kollektive Dipole und stellen somit Quellen und Senken eines magnetischen (Streu-) Feldes dar. Die Auswirkungen des Streufeldes \mathbf{H}_d können auf zwei unterschiedliche Weisen betrachtet werden:

- Mit der Ausbildung des Streufeldes ist ein Energiebeitrag (die sogenannte Feldenergie) verbunden, der die Gesamtenergie des Systems erhöht.
- Die magnetischen Momente der Probe wechselwirken mit dem Streufeld, das die Probe aufgrund ihrer Polarisation selbst erzeugt, wodurch die Gesamtenergie erhöht wird. Das Streufeld wirkt im Innern der Probe der Polarisierung entgegen, weshalb das Streufeld oft auch als entmagnetisierendes Feld bezeichnet wird.

Entsprechend lässt sich die Streufeldenergie E_d eines Ferromagneten auf zwei verschiedene Arten berechnen:

$$E_d = \frac{1}{2} \mu_0 \int_{Raum} \mathbf{H}_d^2 dV = -\frac{1}{2} \int_{Probe} \mathbf{H}_d \cdot \mathbf{J} dV . \quad (2.42)$$

Im Allgemeinen führen Unterschiede in der Streufeldenergie dazu, dass manche Magnetisierungsrichtungen aufgrund der Probenform energetisch bevorzugt sind. Dieser Tatsache wird mit dem Ausdruck Formanisotropie Rechnung getragen. So liegt beispielsweise bei dünnen Schichten oder sehr flachen Strukturen die spontane Magnetisierung vollständig in der Schichtebene, wohingegen bei länglichen Proben die Magnetisierung bevorzugt entlang der Längsachse ausgerichtet ist.

Ein sehr hilfreiches und anschauliches Bild im Umgang mit Streufeldern bietet das Ladungsmodell. In diesem Modell werden hypothetische Ladungsverteilungen durch positive und negative magnetische Ladungen repräsentiert. Sie sind damit, analog zu elektrischen Ladungen, die Quellen und Senken von magnetischen Streufeldern. Die Magnetisierung im Festkörper wird durch Dipole

(Spin- oder Bahnmomente der Elektronen) hervorgerufen. Die magnetischen Ladungen treten deshalb nur dort auf, wo die Dichte der positiven und negativen Pole nicht gleich groß ist. Dies ist einerseits an Probenrändern mit nicht parallel zur Oberfläche liegenden Momenten (Oberflächenladungen) der Fall. Die Oberflächenladungen sind dann am stärksten ausgeprägt, wenn die Magnetisierung senkrecht zur Probenoberfläche steht. Andererseits treten dort, wo die Divergenz des Vektorfeldes der Magnetisierung nicht verschwindet, so genannte Volumenladungen auf und zwar umso stärker, je größer die Divergenz ist [26].

Nur wenn keine magnetischen Ladungen auftreten verschwindet auch die Streufeldenergie, in allen anderen Fällen liefert diese einen positiven Beitrag zur Gesamtenergie. Die Streufeldenergie lässt sich also dann gering halten, wenn die Entstehung magnetischer Pole vermieden werden kann.

Im Allgemeinen ist die Berechnung der Streufelder beliebig geformter Proben kompliziert und kann meist nur numerisch durchgeführt werden. Deshalb nähert man die Proben oft durch homogen magnetisierte Rotationsellipsoide, da bei dieser speziellen Form eine relativ einfache analytische Berechnung des Streufeldes möglich ist.

2.4.2 Ummagnetisierungsprozesse

Die in Abschnitt 2.4.1 genannten Energiebeiträge können nicht unabhängig voneinander minimiert werden. So würde z. B. die Austauschenergie ein Minimum annehmen, wenn die gesamte Probe homogen in eine Richtung magnetisiert wäre. In diesem Zustand ist aber die Streufeldenergie sehr groß, weil viele Oberflächenladungen auftreten. Aus diesem Grund ist es für große Proben häufig günstiger, wenn die Magnetisierung in kleine Gebiete (Domänen) zerfällt, die einheitliche Magnetisierung haben und so angeordnet sind, dass das resultierende Streufeld möglichst klein ist. Dies bewirkt jedoch an den Übergängen zwischen den Domänen, den so genannten Wänden, eine Erhöhung der Austauschenergie, so dass die Domänen nicht beliebig klein werden können. Ein von Außen angelegtes Magnetfeld bringt eine Erhöhung der Zeeman-Energie für die Bereiche der Magnetisierung, die nicht parallel dazu ausgerichtet sind. Der Wettstreit der verschiedenen Energiebeiträge wird darum bei veränderlichen Bedingungen, z. B. einer Änderung des externen Magnetfeldes (Stärke, Richtung) immer wieder neu ausgetragen. Die Voraussetzung für einen unter den aktuell gegebenen Bedingungen stabilen Magnetisierungszustand ist deshalb, dass sich die Summe der Energiebeiträge in einem lokalen Minimum befindet. Das Vorhandensein mehrerer lokaler Minima in der Energielandschaft erklärt auch das Zustandekommen so genannter offener Hystereseschleifen, bei denen die Magnetisierung der Probe keine eindeutige Funktion des externen Magnetfeld ist, sondern von der magnetischen Vorgeschichte abhängt (vergleiche Abbildung 2.8).

Abbildung 2.8 zeigt schematisch den Verlauf einer typischen Hysteresekurve für

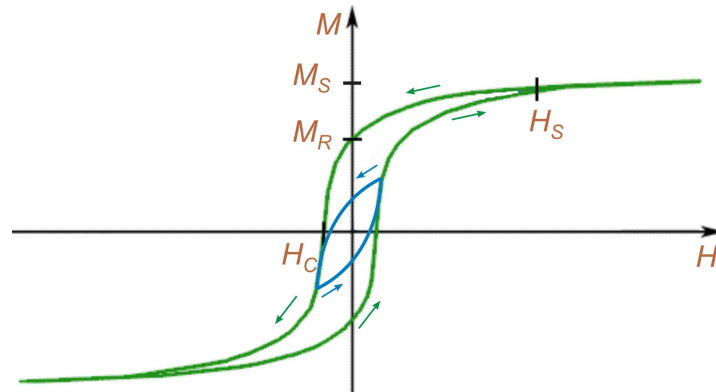


Abbildung 2.8: Eine Hystereseschleife setzt sich aus den beiden Ummagnetisierungskurven $M(H)$ für entgegengesetzte Sweep-Richtungen des Magnetfeldes zusammen. Die Remanenzmagnetisierung M_R bleibt auch dann erhalten, wenn das externe Feld verschwindet. Es muss erst ein Gegenfeld der Stärke H_C (Koerzitivfeld) angelegt werden, um die Nettomagnetisierung wieder zu beseitigen. Für größere Felder als die Sättigungsfeldstärke H_S bleibt die Magnetisierung nahezu konstant beim Wert ihrer Sättigung M_S . Kehrt man die Sweeprichtung des Magnetfeldes um, bevor man die Probe gesättigt hat, dann ergeben sich in der Magnetisierungskurve so genannte minor-loops, die über Magnetisierungskonfigurationen verlaufen können, die bei den Sweeps durch die beiden Hauptäste nicht erreicht werden. Die beiden blauen Kurven zeigen exemplarisch zwei mögliche minor-loops. Der genaue Verlauf der verschiedenen Kurven gibt Aufschluss über die Vorgänge während der Ummagnetisierung, deshalb stellt die Aufnahme von Hystereseschleifen ein wichtiges Instrument bei der Untersuchung von magnetischen Teilchen dar.

Magnetfeldsweeps, die nach unten und oben jeweils über die Sättigungsfelder H_S hinaus gehen. Für diese Feldstärken stellt sich die Sättigungsmagnetisierung M_S ein, bei der alle Momente in Richtung des angelegten Feldes ausgerichtet sind und die Hysteresekurve ist geschlossen. Das System durchläuft in jedem Ast der Kurve eine Abfolge von Magnetisierungskonfigurationen die lokalen energetischen Minima entsprechen. Die Öffnung der Hysteresekurve ist also dadurch zu erklären, dass das System nicht immer das absolute Minimum der Gesamtenergie einnimmt, sondern aufgrund von Energiebarrieren meistens nur lokale Minima erreicht. Als Folge davon bleibt beim Erreichen des Nullfeldes die Remanenzmagnetisierung M_R in Richtung der vorherigen Sättigung erhalten. Diese verschwindet erst, wenn das Gegenfeld die Koerzitivfeldstärke H_C annimmt. Erreicht man schließlich das Sättigungsfeld in der Gegenrichtung, so weist wieder die gesamte Magnetisierung in die Richtung des angelegten Feldes. Kehrt man die Sweeprichtung um, bevor man die Probe gesättigt hat, dann ergeben sich in der Magnetisierungskurve so genannte *minor-loops*, die über Magnetisierungskonfigurationen verlaufen können, die bei den Sweeps durch die beiden Hauptäste nicht erreicht werden (siehe blaue Kurven in [Abbildung 2.8](#)).

Kapitel 3

Theoretischer Hintergrund der Experimente

In diesem Kapitel wird der physikalische Hintergrund der durchgeführten Experimente kurz vorgestellt. Die Auswirkungen der inhomogenen Streufelder von magnetischen Nanopartikeln auf die Transportelektronen in 2DEG-Strukturen spielen dabei die entscheidende Rolle. Bei inhomogenen Magnetfeldern denkt man normalerweise sofort an den berühmten Stern-Gerlach-Versuch [27], bei dem ein Strahl aus Silberatomen im inhomogenen Magnetfeld aufgrund der Richtungsquantelung des magnetischen Moments der Atome in zwei Teilstrahlen aufgespalten wird. Die entscheidende Auswirkung der Inhomogenität des Feldes ist bei diesem Experiment, dass zusätzlich zum Drehmoment auch eine Kraft auf ein magnetisches Moment wirkt. In den Experimenten der vorliegenden Arbeit ist diese Tatsache zumeist von untergeordneter Bedeutung. Hier spielen die Folgen einer ortsabhängigen Trajektorienkrümmung für die Elektronen bzw. die ortsabhängige $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -Drift und die sich ändernde Orientierung der Quantisierungsachse entlang der Trajektorien die entscheidende Rolle. Bevor in Abschnitt 3.2 der lokale Halleffekt im diffusiven und im ballistischen Regime vorgestellt wird, werden zunächst die Eigenschaften von typischen Magnetisierungsstrukturen in Nanomagneten diskutiert. Danach wird zur Vorbereitung auf die geometrische Berry-Phase in 2DEG-Ringen (Abschnitt 3.4) der Aharonov-Bohm-Effekt in diesen Ringstrukturen erläutert (Abschnitt 3.3).

3.1 Magnetisierungsstrukturen in Nanomagneten

Makroskopische Proben weisen in Remanenz in der Regel eine Domänenstruktur auf (vergleiche Abschnitt 2.4.2). Im Falle großer Proben ist es demnach energetisch günstiger die erforderliche Wandenergie aufzubringen, um von der Erniedrigung der Streufeldenergie zu profitieren. Da die verschiedenen magnetischen Energien unterschiedlich mit der Probengröße skalieren, bringt die Ausbildung von Domänen bei kleiner werdenden Proben immer weniger für die Energiebilanz. Schließlich ergibt

sich eine eindomänige¹ Magnetisierungskonfiguration, bei der alle magnetischen Momente in eine Richtung weisen, die zunächst noch von der Form und den Kristalleigenschaften der Probe mitbestimmt wird. Bei Proben mit Abmessungen unterhalb des paramagnetischen Limits, ist die Richtung der Magnetisierung schließlich bei endlichen Temperaturen nur noch durch die Richtung eines angelegten Feldes bestimmt.

In der vorliegenden Arbeit ist der Übergangsbereich zwischen Multidomänen- und Eindomänenteilchen von besonderer Bedeutung. Dieser Bereich ist gekennzeichnet durch fließende Magnetisierungsstrukturen, die durch folgende Eigenschaften charakterisiert sind:

- Um die Austauschenergie gering zu halten, erfolgen Änderungen in der Richtung der Magnetisierung weitgehend kontinuierlich, d. h. es ist keine klare Trennung zwischen homogen magnetisierten Domänen und dazwischen liegenden Wänden möglich.
- Zur Verringerung der Streufeldenergie ergibt sich ein Magnetisierungsverlauf, der die Symmetrie und die Form der Probe einbezieht und sich an die Probenoberfläche anschmiegt.
- Die Ummagnetisierung ist von einer Abfolge aus kontinuierlichen, reversiblen Drehprozessen und abrupten, irreversiblen Änderungen in der Magnetisierungskonfiguration geprägt.
- Häufig existieren parallel verschiedene Konfigurationen, die eine ähnliche Gesamtenergie aufweisen. Diese Konfigurationen sind oft durch hohe Energiebarrieren getrennt, diese können meist nur durch kollektives Schalten sehr vieler magnetischer Momente überwunden werden.

Die ersten beiden Punkte spiegeln den Wettbewerb der Austauschenergie und der Streufeldenergie wider, als dessen Ergebnis sich immer eine Kompromisskonfiguration einstellt, da nicht beide Energien gleichzeitig minimiert werden können. Die Abmessungen der Probe haben entscheidenden Einfluss darauf, wie dieser Kompromiss aussieht, weil bei kleinen Proben die kurzreichweitige Austauschenergie die Energiebilanz gegenüber der langreichweitigen Streufeldenergie dominiert. Am Beispiel eines Würfels gemäß dem μ MAG Standard Problems No. 3 [31], das von verschiedenen Gruppen eingehend untersucht wurde, lässt sich dieses Verhalten gut veranschaulichen (siehe Abbildung 3.1).

¹Der Begriff Eindomänigkeit wird in der Literatur nicht eindeutig verwendet. Eine strenge Definition [28] fordert beispielsweise die Homogenität der Magnetisierung selbst während eines Ummagnetisierungsprozesses. Eine andere Definition bezeichnet ein Teilchen dann als eindomänig, wenn der Zustand mit homogener Magnetisierung der magnetische Grundzustand ist. In der Praxis wird ein Teilchen meist dann als eindomänig bezeichnet, wenn sich die Magnetisierung während der Messung mit einem abbildenden Verfahren als homogen und stabil erweist [29]. Als Folge davon ergeben sich rechteckige Hysteresekurven, wenn das Teilchen entlang der Vorzugssachse ummagnetisiert wird.

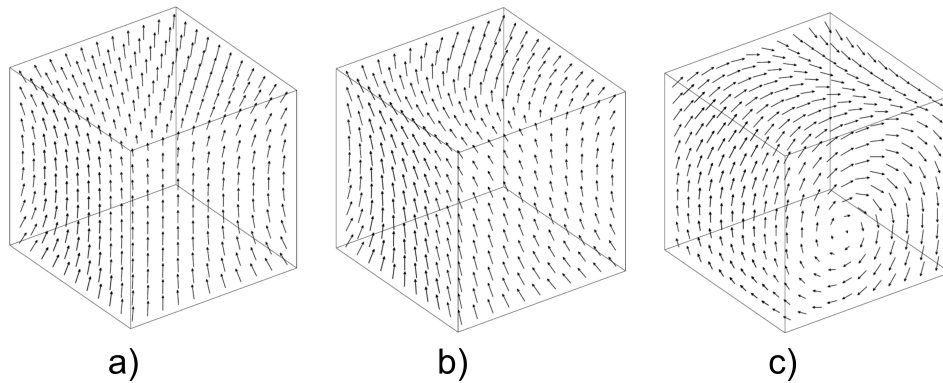


Abbildung 3.1: Der Übergangsbereich zwischen Multidomänen- und Eindomänenteilchen ist durch so genannte fließende Magnetisierungsstrukturen charakterisiert. Häufig finden sich verschiedene Konfigurationen, die eine nahezu gleiche Gesamtenergie aufweisen. Deshalb können bereits geringe Änderungen in den Systemparametern, wie etwa eine geringfügige Skalierung der Abmessungen eines Teilchens, zu unterschiedlichen Ergebnissen im Wettstreit der Energien führen. Das Beispiel zeigt drei Zustände, die durch Simulationen von R. Hertel und H. Kronmüller für kleine würfelförmige Proben gefunden wurden [30]. Demnach stellt der einfache Flower-Zustand a) in keinem Fall den energetischen Grundzustand für verschiedene Abmessungen des Würfels dar. Vielmehr ist für die kleinsten Würfel der Twisted-Flower-Zustand b) die energetisch günstigste Konfiguration, während für größere Kantenlängen der Vortex-Zustand c) diese Stellung einnimmt. Die energetischen Unterschiede zwischen den drei Zuständen sind jedoch über einen weiten Bereich der Würfelabmessungen sehr klein und alle drei Konfigurationen stellen in Remanenz stabile Zustände dar.

Die drei gezeigten Zustände sind jeweils stabile Magnetisierungskonfigurationen, wobei es bei sonst gleichen Systemparametern empfindlich von den Abmessungen des Würfels abhängt, welche der Varianten die niedrigste Gesamtenergie aufweist. Für die kleinsten Kantenlängen ist der *twisted flower state* (Abbildung 3.1 b)) der Grundzustand. Vergrößert man die Kantenlänge, dann liefert der *vortex state* (Abbildung 3.1 c)) den energetisch günstigsten Verlauf der Magnetisierung. Der einfache *flower state* (Abbildung 3.1 a)) ist dieser Simulation zufolge in keinem Fall der energetische Grundzustand für die Magnetisierung eines kleinen Würfels.

3.2 Der lokale Halleffekt

Hallsonden zur Messung von Magnetfeldern nutzen den bei konstantem Messstrom linearen Zusammenhang zwischen dem magnetischen Fluss durch die Sonde und der resultierenden Hallspannung (Gleichung 2.27). Diese Gleichung zeigt auch, dass die niedrige erreichbare Ladungsträgerdichte in 2DEGs im Vergleich zu den üblichen metallischen Schichten zu großen Hallkoeffizienten führt. Deshalb werden diese Materialsysteme häufig als Grundlage für sehr empfindliche Magnetfeldsensoren verwendet.

Beim Einsatz von Hallsonden zur Vermessung makroskopischer magnetischer Fel-

der wird üblicherweise davon ausgegangen, dass die Längenskala der Feldänderungen groß ist gegen die räumliche Ausdehnung der Sonde, so dass das Magnetfeld im Bereich der Sonde als homogen angenommen werden kann. Wenn die magnetischen Streufelder von Nanostrukturen untersucht werden sollen, ist das Feld selbst für Hallsonden mit Abmessungen im sub- μm -Bereich nicht mehr über die gesamte Sondausdehnung homogen. Nach M. Roukes *et al.* [32] spricht man in diesem Fall vom lokalen Halleffekt, bei dem die induzierte Hallspannung, zumindest für kleine Feldwerte, einem über die aktive Fläche der Hallsonde gemittelten Magnetfeld $\langle B \rangle$ entspricht. Der Hallkoeffizient α ist für den lokalen Halleffekt definiert als $\rho_{xy}/\langle B \rangle$.

Wie die aktive Fläche und die Gewichtung der Mittelung konkret aussehen, hängt stark davon ab, ob man sich im ballistischen oder im diffusiven Transportregime befindet. Verschiedene Gruppen befassten sich mit der Berechnung der Antwortfunktion von Hallsonden für inhomogene Feldverteilungen, sowohl im ballistischen (siehe z. B. [33, 34]) als auch im diffusiven (siehe z. B. [35, 36, 37]) Regime. Als Methode zur Berechnung werden im ballistischen Fall der Landauer-Büttiker-Formalismus und Monte-Carlo-Simulationen herangezogen. Berechnungen im diffusiven Regime legen die Kontinuitätsgleichung, die Poisson-Gleichung und das Ohmsche Gesetz zugrunde. Die Ergebnisse der Rechnungen sind in den folgenden Abschnitten zusammengefasst. Sowohl im ballistischen [33] als auch im diffusiven Regime [38] ergibt sich, dass bei zu großen lokalen Feldstärken die Mittelung über die aktive Fläche nicht mehr vollständig ist, da es den Transportelektronen nicht gelingt ausreichend in die entsprechenden Bereiche einzudringen. Für die Experimente, wie sie in dieser Arbeit durchgeführt werden, spielt diese Einschränkung jedoch keine Rolle, da die senkrechte Komponente Streufelder in der Ebene des 2DEG dafür nicht groß genug ist. Sie sind meistens sogar so klein, dass sich eher ein gegenteiliges Problem ergibt: Betrachtet man die Nanomagneten in einer groben Abschätzung als Dipole, dann nimmt die Stärke des Streufeldes in unmittelbarer Nähe des Dipols sehr schnell ab und geht in eine Abhängigkeit mit der dritten Potenz des Abstandes über, wenn die Distanz groß im Vergleich zum Polabstand wird. Aufgrund der geringen räumlichen Ausdehnung der Nanomagneten fällt deren Streufeld über den Abstand von der Oberfläche der Heterostruktur bis zur Tiefe des 2DEGs deshalb so deutlich ab, dass die Verwendung sehr oberflächennaher 2DEGs erforderlich ist, um noch ausreichend detektierbare Feldstärken in der Sensorebene vorzufinden.

3.2.1 Diffusiver Transport

Im diffusiven Transportregime, also bei höheren Temperaturen und größeren Kreuzen mit vergleichsweise vielen Streuprozessen hat sich gezeigt, dass der Hallwiderstand nicht sensibel auf die genaue Form und Position der Flussinhomogenitäten ist. Es tragen aber auch Elektronen zur Hallspannung bei, die durch ein Magnetfeld in der nahen Umgebung um den unmittelbaren Kreuzungsbereich abgelenkt werden. Als aktive Fläche ergibt sich deshalb ein Bereich, der etwa doppelt so groß ist wie der Kreuzungsbereich selbst. Zudem erfolgt die Feldmittelung nicht gleichmäßig

über die aktive Fläche, sondern muss entsprechend der Antwortfunktion gewichtet werden.

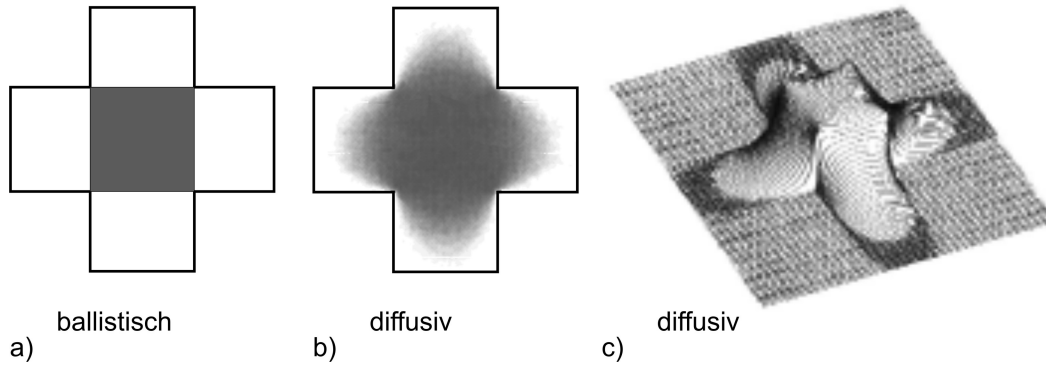


Abbildung 3.2: Die Antwortfunktion eines Hallsensors gibt an, welche Größe die resultierende Hallspannung infolge eines infinitesimalen magnetischen Flussquants durch die jeweilige Stelle im Sensor annimmt. Die Abbildung zeigt grauwertcodierte Antwortfunktionen für Hallkreuze im ballistischen a) und diffusiven b) Transportregime. Im ballistischen Regime liefert ein Magnetfeld an allen Punkten innerhalb des unmittelbaren Kreuzungsbereiches denselben Beitrag zur Hallspannung. Bei diffusivem Transport dagegen ist die magnetfeldsensitive Fläche etwa doppelt so groß, jedoch ist die Gewichtung nicht über die gesamte aktive Fläche gleichmäßig. Besonders deutlich wird diese ortsabhängige Gewichtung in Teilbild c), wo die analytische berechnete Antwortfunktion für einen Hallsensor im diffusiven Regime in Form einer höhencodierten Darstellung gezeigt ist (aus [39]).

Die Abbildungen 3.2 b) und c) zeigen Beispiele für das Hallsignal in Abhängigkeit von der Position eines infinitesimal kleinen Flussquants. Innerhalb des Kreuzungsbereiches verläuft das Signal nahezu konstant und fällt dann nach außen hin in die Kreuzarme rasch ab. Bei realen Hallsonden mit abgerundeten Ecken ist die Kurve etwas aufgeweicht und nähert sich einer Glockenkurve an [40].

3.2.2 Ballistischer Transport

Auch im ballistischen Regime (sehr kleine Kreuze, tiefe Temperaturen und hohe Beweglichkeiten) hat sich gezeigt, dass die Hallsonde den mittleren Fluss durch eine aktive Fläche misst [36], dass also ein linearer Zusammenhang zwischen $\langle B \rangle$ und der Hallspannung besteht. Die Fläche, über die gemittelt wird, ist in diesem Fall genau die Kreuzungsfläche und die Mittelung erfolgt gleichmäßig über diese Fläche. Dies gilt jedoch nur für den Fall kleiner Fermiwellenlängen, also für vergleichsweise hohe Elektronendichten. Bei sehr geringer Ladungsträgerdichte wird der Halleffekt stark unterdrückt, da sich dann Quanteninterferenzeffekte bemerkbar machen [41]. Große Flussdichten führen, wie bereits erwähnt, ebenfalls zu deutlichen Abweichungen vom linearen Zusammenhang zwischen dem mittleren Fluss durch die aktive Fläche und der Hallspannung. Im ballistischen Regime gibt es dafür neben der unvollständigen Feldmittelung noch einen weiteren Grund. Für starke Magnetfelder macht sich die Landauquantisierung der 2DEG-Elektronen bemerkbar und es treten aufgrund des

diskreten Energiespektrums dem Quanten-Halleffekt verwandte Anomalien im Verlauf der Hallspannung auf. Für diese Arbeit spielen diese Anomalien jedoch eine untergeordnete Rolle. Entscheidenden Einfluss auf den Verlauf der Hallspannung haben im ballistischen Regime dagegen die geometrischen Details der Hallsonde. So weisen in der Realität beispielsweise die Hallsensoren keine exakt scharfen Ecken auf, sondern es ergeben sich aufgrund der eingesetzten Strukturierungsverfahren und einer eventuell vorhandenen Verarmungszone (siehe Abschnitt 4.2) endliche Eckenradien für die Kreuze. Durch die Einführung eines geometrieabhängigen effektiven Hallkoeffizienten $\tilde{\alpha}$ kann für moderate Eckenradien (Verhältnis von Eckenradius zu Kreuzbreite kleiner als 0,1) das Konzept der Feldmittelung über die aktive Fläche aufrecht erhalten werden [33, 34]. Es gilt dann weiter die einfache Beziehung:

$$\rho_{xy} = \tilde{\alpha} \frac{\langle B \rangle}{n_s e} = \tilde{\alpha} \alpha \langle B \rangle. \quad (3.1)$$

Dabei stellt $\tilde{\alpha}$ einen von der Kreuzgeometrie abhängigen Korrekturfaktor dar, der für einen verschwindenden Eckenradius den Wert 1 annimmt. Für stärker von der idealen Kreuzform abweichende Geometrien wird $\tilde{\alpha}$ magnetfeldabhängig und es treten selbst bei homogenen Feldern verschiedenartige Effekte im Verlauf der Hallspannung auf. Diese Abweichungen vom linearen Verlauf der Hallspannung sind eine direkte Folge des ballistischen Transports und können daher durch Simulationen, die auf dem Billard-Modell basieren, nachvollzogen werden (siehe Abbildung 3.3).

Dazu gehört bei hinreichend großen Eckenradien und entsprechend starken Magnetfeldern einerseits das Auftreten des *letzten Hallplateaus*. Dieses wird durch eine explizite Führung (*guiding*) der Elektronen in die Potenzialsonden verursacht. Andererseits tritt mit zunehmendem Eckenradius auch im Bereich sehr kleiner Felder eine Unterdrückung (das so genannte *Quenching*) des Halleffektes auf [43]. Für sehr große Radien ist schließlich sogar eine Inversion des Halleffektes in der Nähe des Nullfeldes zu beobachten ist. Darüber hinaus lässt sich feststellen, dass der genaue Verlauf der Hallspannung im ballistischen Regime, insbesondere für sehr kleine Sonden, nicht nur von der Breite oder dem Eckenradius, sondern vielmehr von den exakten geometrischen Details der Sonde abhängt. Als Beispiel dafür ist in Abbildung 3.3 c) und d) der Kollimationseffekt dargestellt. Dieser bewirkt, dass Elektronen nur unterhalb eines bestimmten Grenzwinkels in die Potenzialsonden eintreten können, ansonsten werden sie von der Sonde reflektiert.

An den Kreuzen lässt sich außerdem auch der so genannte *bend resistance* beobachten, welcher ein weiteres typisches Beispiel für einen ballistischen Effekt darstellt. Im Gegensatz zu den Messungen zum lokalen Halleffekt wird hierbei die Spannung gemessen, die ein inhomogenes Feld zwischen einer Stromzuleitung und einer (Hall-)Potenzialsonde hervorruft. Diese Spannung wird vor allem von der Stärke des Magnetfeldes innerhalb der Kreuzungsfläche bestimmt, die in unmittelbarer Nähe der beiden Spannungsabgriffe auftritt. Auf diese Weise ist es möglich das Feld in einem reduzierten Bereich des Hallkreuzes zu erfassen, der deutlich kleiner ist als die gesamte Kreuzfläche [44].

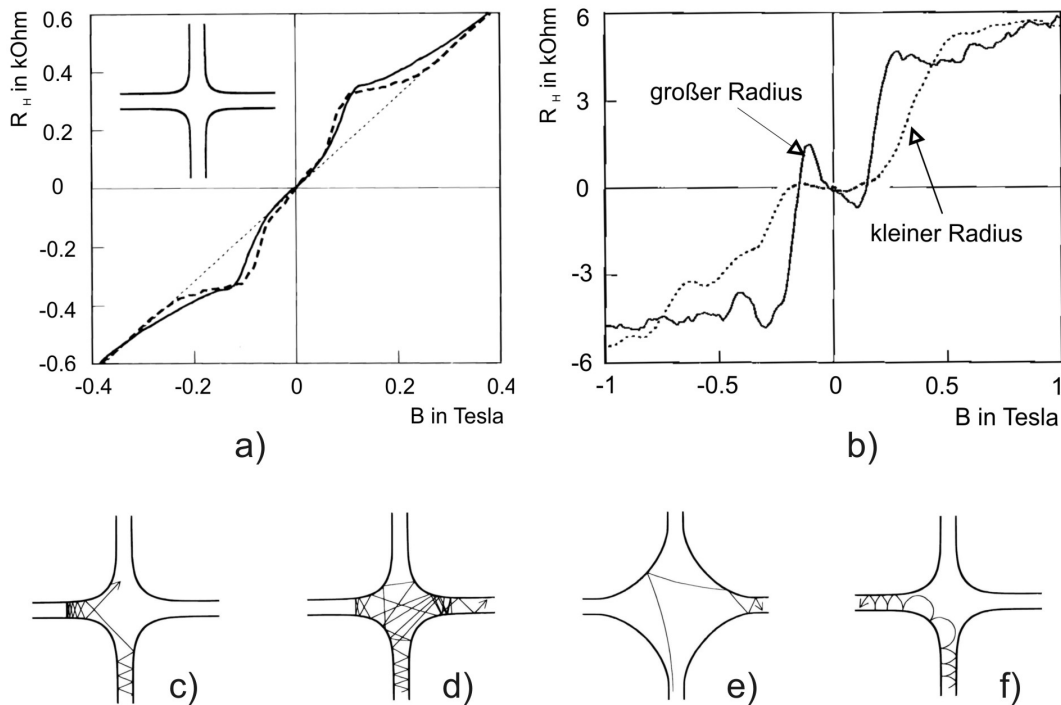


Abbildung 3.3: Mit dem Billard-Modell lassen sich die Abweichungen vom linearen Zusammenhang zwischen Magnetfeld und Hallspannung erklären. Teilbild a) zeigt wie gut der Einfluss der Geometrie für ein Hallkreuz mit geringfügig abgerundeten Ecken nachvollzogen werden kann, indem für vergleichbare Voraussetzungen eine experimentelle Kurve (durchgezogene Linie) mit einer Simulation (gestrichelte Linie) verglichen wird (aus [11]). In den gemessenen Hallkurven (nach [42]) von Teilbild b) ist zu erkennen, dass sich mit zunehmendem Eckenradius die Unterdrückung (Quenching) der Hallspannung bei kleinen Feldern weiter fortsetzt (gestrichelte Linie), bis schließlich bei noch größeren Radien sogar eine Inversion des Halleffektes in diesem Bereich zu beobachten ist (durchgezogene Linie). c) bis f): Anhand exemplarischer Elektronentrajektorien lassen sich den Anomalien im Verlauf der Hallspannung unterschiedliche Streuereignisse zuordnen (nach [11]). Die Teilbilder c) und d) zeigen Beispiele für den Kollimationseffekt, während in e) eine spiegelnde Reflexion die Elektronenbahn bestimmt. Bei höheren Feldern können die Elektronen durch den Guiding-Mechanismus in die Potenzialsonden geführt werden, was die Ausbildung des so genannten letzten Hallplateaus verursacht.

3.2.3 Mikro-Hall-Magnetometrie

Sonden die auf dem lokalen Halleffekt basieren, werden auf unterschiedlichste Weise zur Vermessung von Magnetfeldern eingesetzt. Neben der räumlichen oder punktuellen Vermessung makroskopischer Magnetfelder zählen dazu auch sehr spezielle Einsatzgebiete wie die Raster-Hall-Mikroskopie [45] oder die Mikro-Hall-Magnetometrie, welche einen zentralen Aspekt der vorliegenden Arbeit darstellt. Bei der Mikro-Hall-Magnetometrie wird die hohe Magnetfeldsensitivität der Halbleiterheterostruktur-Sonden genutzt um das Ummagnetisierungsverhalten von magnetischen Mikro- und Nanoteilchen zu untersuchen. Dazu werden die Partikel direkt auf dem aus der Heterostruktur freigeätzten Sensor abgeschieden (siehe Ab-

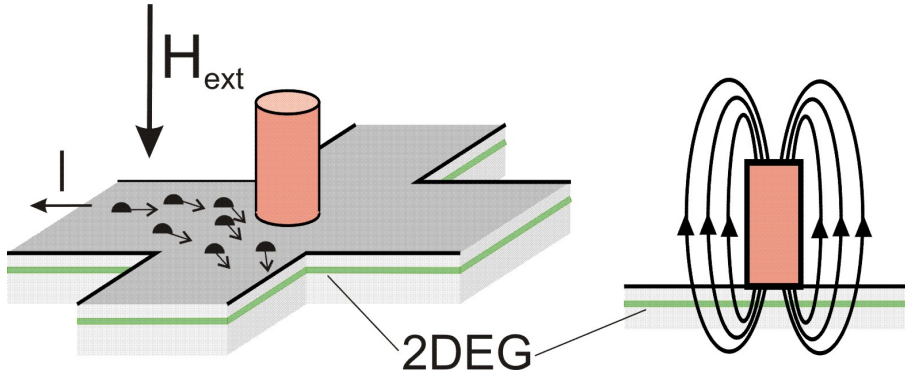


Abbildung 3.4: Bei der Mikro-Hall-Magnetometrie wird ein magnetisches Mikro- oder Nanoteilchen direkt auf einem winzigen Hallsensor platziert. Die Ladungsträger, die den Strom I entlang des Strompfades tragen werden durch das senkrecht in die aktive Sensorfläche einkoppelnde Magnetfeld (Skizze rechts) abgelenkt. Die dadurch senkrecht zum Strompfad hervorgerufene Hallspannung wird während der Ummagnetisierung des Teilchens in einem langsam veränderlichen externen Magnetfeld H_{ext} fortwährend aufgezeichnet. Dabei kann H_{ext} sowohl senkrecht zur Sensorebene, wie in der Skizze gezeigt, als auch in der Ebene des Sensors angelegt werden. Auf diese Weise ergibt sich ein zeitlicher Verlauf der Hallspannung, der die Streufeldänderungen des Teilchens beim Durchlaufen verschiedener Magnetisierungskonfigurationen während der Ummagnetisierung widerspiegelt. Durch die Verwendung von 2DEGs mit sehr niedrigen Ladungsträgerdichten können Hallsonden mit einer sehr hohen Magnetfeldempfindlichkeit hergestellt werden.

bildung 3.4 und Abschnitt 4.2). Während ein veränderliches externes Magnetfeld das Teilchen ummagnetisiert, wird fortwährend die Hallspannung aufgezeichnet. Der zeitliche Verlauf der Hallspannung spiegelt, infolge des veränderlichen Streufeldes des Teilchens beim Durchlaufen verschiedener Magnetisierungskonfigurationen, den Ummagnetisierungsprozess wider. Auf diese Weise werden so genannte *Streufeldhysteresekurven* gemessen, aus denen umfangreiche Erkenntnisse über den Ummagnetisierungsprozess eines einzelnen Mikro- oder Nanomagneteten gewonnen werden können. Darüber hinaus kann man durch die Verwendung von Partikeln mit wohlbekanntem Magnetisierungsverhalten auch interessante Erkenntnisse über die Funktionsweise und die Eigenschaften des Sensors gewinnen. Dieser wechselseitige Erkenntnisgewinn über die Sondereigenschaften einerseits und die mikromagnetische Struktur der Partikel andererseits ist bezeichnend für die Entwicklung der Mikro-Hall-Magnetometrie im Verlauf dieser Arbeit (siehe Abschnitt 5).

3.3 Der Aharonov-Bohm-Effekt (AB-Effekt)

Der Aharonov-Bohm-Effekt (AB-Effekt) [14] ist ein quantenmechanisches Phänomen, bei dem ein Magnetfeld $\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A}$ die Interferenz von Elektronenwellenfunktionen beeinflusst. Besondere Bedeutung erlangte der Effekt dadurch, dass er dem magnetischen Vektorpotenzial \mathbf{A} physikalische Relevanz zuspricht. Er tritt nämlich auch dann auf, wenn die Wellenfunktionen auf magnetfeldfreie Regionen beschränkt

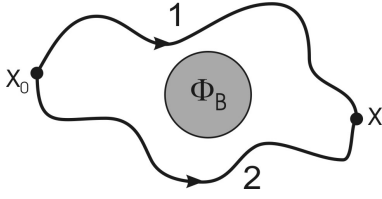


Abbildung 3.5: Das Auftreten einer von einem Magnetfeld abhängigen Phasenverschiebung bei der Interferenz von Elektronenpfaden ist die Ursache für den AB-Effekt. Anhand eines Beispiels für die Propagation eines Elektrons vom Ort \mathbf{x}_0 nach \mathbf{x} auf zwei unterschiedlichen Pfaden (1 und 2), die einen magnetischen Fluss ϕ_B (graue Fläche) einschließen, kann das Auftreten der Phasenverschiebung nachvollzogen werden (siehe auch Text).

sind, in denen lediglich ein nicht-verschwindendes Vektorpotenzial vorhanden ist. Äquivalent hierzu ist die Aussage, dass nicht das Magnetfeld sondern das magnetische Vektorpotenzial die Wellenfunktion beeinflusst.

Ursprünglich wurde der Effekt für freie Elektronenstrahlen vorhergesagt, dennoch tritt er auch für die Wellenfunktionen der Elektronen im Festkörper auf und stellt damit eine Quanteninterferenz-Erscheinung in dem in Abschnitt 2.2 diskutierten Sinne dar.

Im Rahmen der elementaren Quantenmechanik lässt sich zeigen (siehe z. B. [46]), dass sich die Wellenfunktion $\psi_{1,B}(\mathbf{x})$ eines Elektrons entlang eines Pfades 1 im magnetfeldfreien Bereich von \mathbf{x}_0 nach \mathbf{x} bei nicht-verschwindendem Vektorpotenzial nur durch einen Phasenfaktor von der Wellenfunktion $\psi_{1,0}(\mathbf{x})$ ganz ohne Magnetfeld ($\mathbf{B} \equiv 0$ im ganzen Raum) unterscheidet:

$$\psi_{1,B}(\mathbf{x}) = \psi_{1,0}(\mathbf{x}) \exp \left\{ \frac{ie}{\hbar c} \int_{\text{Pfad 1}} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{s}) \right\}. \quad (3.2)$$

Stehen dem Elektron verschiedene dieser Pfade von \mathbf{x}_0 nach \mathbf{x} offen, dann resultiert die Gesamtwellenfunktion aus der linearen Superposition (Interferenz) der einzelnen Teilwellenfunktionen. Für einen weiteren Pfad (Pfad 2) ergibt sich beispielsweise die Gesamtwellenfunktion $\psi_B(\mathbf{x})$ am Ort \mathbf{x} zu (siehe Abbildung 3.5):

$$\psi_B(\mathbf{x}) = \psi_{1,0}(\mathbf{x}) \exp \left\{ \frac{ie}{\hbar c} \int_{\text{Pfad 1}} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{s}) \right\} + \psi_{2,0}(\mathbf{x}) \exp \left\{ \frac{ie}{\hbar c} \int_{\text{Pfad 2}} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{s}) \right\}. \quad (3.3)$$

Damit lässt sich die relative Phase der beiden Teilwellen berechnen:

$$\int_{\text{Pfad 1}} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{s}) - \int_{\text{Pfad 2}} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{s}) = \oint d\mathbf{s} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{s}) = \int d\mathbf{f} \cdot \text{rot} \mathbf{A} = \phi_B, \quad (3.4)$$

wobei ϕ_B der magnetische Fluss durch die von den beiden Pfaden eingeschlossene Fläche ist. Für die Gesamtwellenfunktion $\psi_B(\mathbf{x})$ am Ort \mathbf{x} , an dem die beiden Pfade sich treffen gilt damit:

$$\psi_B(\mathbf{x}) = \left(\psi_{1,0}(\mathbf{x}) \exp \left\{ \frac{ie}{\hbar c} \phi_B \right\} + \psi_{2,0}(\mathbf{x}) \right) \exp \left\{ \frac{ie}{\hbar c} \int_{\text{Pfad 2}} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{s}) \right\}. \quad (3.5)$$

Bei zwei möglichen Pfaden ergibt sich am Ort \mathbf{x} eine Phasenrelation zwischen ψ_1 und ψ_2 , die periodisch vom eingeschlossenen magnetischen Fluss abhängt. Für die Periodizität $\Delta\phi_B$ im eingeschlossenen magnetischen Fluss gilt:

$$\frac{e}{\hbar} \Delta\phi_B = 2\pi \quad \text{und damit: } \Delta\phi_B = \frac{h}{e} = 2\phi_0. \quad (3.6)$$

Dabei ist $\phi_0 = h/2e = 2,06783364 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$ das charakteristische magnetische Flussquantum.

Wie bereits erwähnt, war die Entdeckung des AB-Effektes vor allem deshalb aufsehenerregend, weil die Phasenschiebung der Wellenfunktionen auch in Bereichen mit verschwindendem Magnetfeld auftritt. Dennoch ist das Phänomen keineswegs auf diese Fälle beschränkt, sondern das Ergebnis von Gleichung 3.6 behält seine Gültigkeit für beliebige räumliche Flussverteilungen und Elektronenpfade. Der Phasenunterschied der Wellenfunktionen am Interferenzpunkt ändert sich auch im allgemeinen Fall periodisch mit dem durch die Pfade eingeschlossenen magnetischen Fluss².

Die Zahl der an einer Stelle miteinander interferierenden Elektronenpfade ist ein Wechselspiel zwischen den Abmessungen der Probe, der Streuwahrscheinlichkeit, der Fermiwellenlänge und der Phasenkohärenzlänge. Dementsprechend hat das jeweilige Transportregime (siehe Abschnitt 2.2) einen entscheidenden Einfluss auf dieses Wechselspiel. Bei ausgedehnten Leitern im diffusiven Regime stehen eine Vielzahl verschiedener Transportpfade zwischen zwei Punkten zur Verfügung. Das bedeutet, dass sich die Interferenzbeiträge aller Pfade gegenseitig wegmitteln. Dies gilt allerdings nicht für geschlossene Pfade, bei denen der Anfangs- und der Endpunkt zusammenfallen. Um an den Ausgangspunkt zurückzukehren, kann das Elektron den Pfad in beiden Richtungen durchlaufen. Da die beiden Pfade natürlich gleich lang sind, ergibt sich für beide Umlaufrichtungen die gleiche Phasenlage, und die Wellenfunktionen interferieren konstruktiv miteinander. Die Rückstreuwahrscheinlichkeit ist damit doppelt so groß wie im klassischen Fall. Dieses Phänomen wird schwache Lokalisierung genannt. Sie führt zu einer Erhöhung des elektrischen Widerstandes. Die konstruktive Interferenz der beiden gegenläufigen Pfade kann durch ein Magnetfeld zerstört werden. Nach Gleichung 3.4 hängt das Vorzeichen der Phasenverschiebung von der Orientierung von $d\mathbf{s}$ und damit vom Umlaufsinn des geschlossenen Pfades ab. Deshalb wird durch das Anlegen des Magnetfeldes die Rückstreuwahrscheinlichkeit und damit der elektrische Widerstand erniedrigt und es resultiert ein negativer Magnetwiderstand (nach [15]).

Bei sehr kleinen Probenabmessungen mitteln sich aufgrund der verhältnismäßig kleinen Zahl der möglichen Pfade die verschiedenen Interferenzbeiträge nicht mehr weg.

²Physikalisch relevant ist nicht die absolute sondern nur die relative Phasenlage der Teilwellenfunktionen. Deshalb ist für die Herleitung des Effektes die Eichung des Vektorpotenzials ohne Bedeutung. Obwohl eine Eichtransformation im Allgemeinen für die Wellenfunktionen zusätzliche orts- und zeitabhängige Phasenfaktoren mit sich bringt, führen unterschiedliche Eichungen zu identischen Flussverteilungen und rufen deshalb auch die gleichen Phasendifferenzen hervor.

Legt man nun ein Magnetfeld an, dann kommt zu der Phasendifferenz, die sich aufgrund der unterschiedlichen Länge der Pfade ergibt noch die von dem magnetischen Fluss durch die eingeschlossene Fläche abhängige relative Phase nach Gleichung 3.4 hinzu. Es resultiert also für jedes Magnetfeld ein unterschiedlicher Interferenzbeitrag zum elektrischen Widerstand. Der Magnetwiderstand zeigt eine Struktur, die im Gegensatz zu einem Rauschbeitrag für wiederholte Messungen reproduzierbar ist. Diese Variationen des elektrischen Leitwertes als Funktion des angelegten Magnetfeldes werden als universelle Leitwertfluktuationen (UCF) bezeichnet. Die Fluktuationen sind mit der Anordnung der Störstellen in der Probe verknüpft und werden deshalb auch magnetischer Fingerabdruck der Streuzentren genannt.

Streureignisse spielen bei den hochbeweglichen 2DEG-Ringen in der vorliegenden Arbeit eine untergeordnete Rolle, zudem sind diese von den Abmessungen so dimensioniert, dass sich nur wenige transversale Moden ausbilden können. In diesen Systemen stellen die Moden die Elektronenpfade dar, die in diesem Zusammenhang häufig auch als Transportkanäle bezeichnet werden.

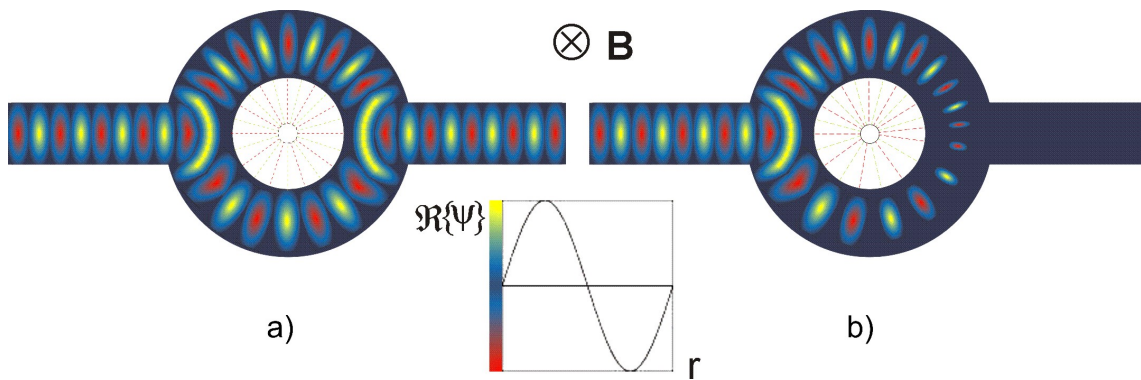


Abbildung 3.6: Ein ringförmig aufgeweiteter Leiter offenbart so genannte Aharonov-Bohm-Oszillationen im Magnetwiderstand (vergleiche Abbildung 6.3). Der Ring dient als Interferometer für die Elektronenwellen, wobei der magnetische Fluss durch die von beiden Ringarmen eingeschlossene Fläche die Phasenlage der Teilwellen am Interferenzpunkt bestimmt. Die Skizze illustriert schematisch den farbcodierten Realteil der Wellenfunktion $\Re\{\psi\}$ in Abhängigkeit vom Ort r (siehe Inset) für zwei unterschiedliche von Null verschiedene Magnetfeldwerte. Teilbild a) zeigt eine Situation, bei der das Magnetfeld \mathbf{B} genau so groß ist, dass konstruktive Interferenz auftritt und die Welle sich ungehindert über den Ring hinweg ausbreiten kann. Hier ist der Fluss gerade so groß, dass der Phasenunterschied 2π beträgt, da die Wellenfunktion im oberen Ringarm vier Maxima (gelb) durchläuft, während die Teilwelle im unteren Arm nur drei Maxima aufweist. Teilbild b) dagegen zeigt den Zustand für ein geringfügig höheres Magnetfeld (Erhöhung des Flusses durch die Ringfläche um ϕ_0), so dass die Welle im oberen Arm noch stärker gestaucht wird, während sie in der unteren Ringhälfte etwas gedehnt erscheint. Dies führt dazu, dass sich auf der rechten Seite des Ringes die beiden Teilwellen gerade destruktiv überlagern und somit die Ausbreitung der Wellenfunktion in den rechten Anschluss des Ringes unterbunden wird.

In Abbildung 3.6 a) ist die Situation für einen Transportkanal dargestellt, der sich auf die beiden Ringarme ausbreitet, um auf der anderen Seite des Ringes wieder

konstruktiv zu interferieren, so dass sich die Welle ungehindert über den Ring hinweg ausbreiten kann. Teilbild 3.6 b) zeigt hingegen die Konstellation für ein geringfügig höheres Magnetfeld (Erhöhung des Flusses durch die Ringfläche um ϕ_0), bei dem sich die beiden Teilwellen gerade destruktiv überlagern und eine Ausbreitung der Wellenfunktion in den rechten Anschluss des Ringes nicht möglich ist. Während man nun das Magnetfeld kontinuierlich verändert, ergibt sich am Ort des Zusammentreffens der beiden Pfade eine periodische Änderung in der Phasenlage der beiden Teilwellen. Aus diesem Grund schwankt der Widerstand des Ringes periodisch mit einem senkrecht zur Ringebene angelegten homogenen Magnetfeld. Die Periodenlänge ΔB auf der Magnetfeldachse ist durch die Ringfläche und damit durch den Radius r des Ringes festgelegt. Bei vorgegebener Feldstärke und einem Ringdurchmesser, der groß ist gegen die Breite der Leiterbahnen, ist der eingeschlossene Fluss gerade durch die Kreisfläche zwischen den Ringarmen bestimmt (siehe Gleichung 3.6):

$$\Delta\phi_B = \frac{h}{e} = \int_{\text{Kreis}} B \, d\mathbf{f} = r^2\pi B. \quad (3.7)$$

Also gilt:

$$\Delta B = \frac{h}{e r^2\pi} = \frac{2\Phi_0}{r^2\pi}. \quad (3.8)$$

Die bisher beschriebenen Oszillationen in der Leitfähigkeit werden bezeichnenderweise häufig auch „ h/e -Oszillationen“ genannt. Daneben gibt es aber noch weitere Oszillationen von höherer Ordnung, von denen der $h/2e$ Beitrag der bedeutendste ist. Abbildung 3.7 vergleicht exemplarisch die Entstehung der zwei verschiedenen Oszillationen, anhand ihrer Elektronenpfade. Auf der linken Seite der Abbildung führt die Interferenz einer Trajektorie durch die obere und einer anderen durch die untere Ringhälfte zu den bekannten h/e Oszillationen. Auf der rechten Seite indes resultiert aus dem vollständigen Ringumlauf der beiden Trajektorien in jeweils umgekehrter Richtung eine Oszillation mit der Periodizität $h/2e$.

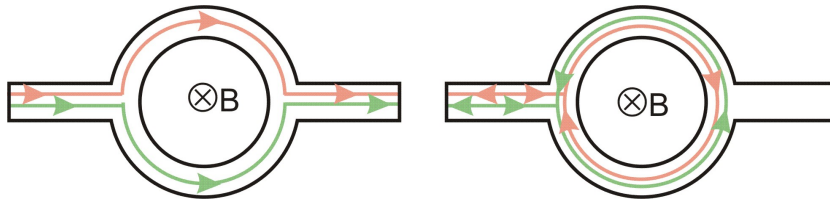


Abbildung 3.7: Für genügend große Phasenkohärenzlängen treten im Magnetwiderstand von Ringen auch Oszillationen höherer Ordnung auf. Das Bild auf der linken Seite zeigt schematisch die Entstehung der gewöhnlichen Zweistrahlinterferenz, die zu Widerstandsoszillationen mit einer Periode von $\Delta\Phi = h/e$ führt. Die Skizze auf der rechten Seite zeigt hingegen, wie die Interferenz von zwei zeitumgekehrten Teilwellen, die den vollen Ring in entgegengesetzter Richtung durchlaufen, zu Oszillationen mit der halben Periode $\Delta\Phi = h/2e$ führt. Diese so genannten $h/2e$ Oszillationen sind die bedeutendsten Vertreter der Oszillationen höherer Ordnung (nach [47]).

Ein weiterer grundsätzlicher Unterschied zwischen den beiden diskutierten Fällen besteht darin, dass die Phasenlage der h/e -Oszillationen bezüglich des Magnetfeldes

empfindlich von den Details der Probe abhängt. Die $h/2e$ -Oszillationen werden nur durch den Vergleich zwischen den beiden umgekehrten Pfaden (bei so genannter Zeitumkehr) bestimmt. Deshalb ist der Leitwert in Analogie zur schwachen Lokalisierung im Nullfeld immer minimal. Damit ist die Phasenlage der $h/2e$ -Oszillationen bei gleichem Durchmesser von den Details des Ringes unabhängig. Bei einer Parallel- oder Serienschaltung von mehreren Ringen mittelt sich daher der Interferenzbeitrag der $h/2e$ -Oszillationen nicht heraus. Im Gegensatz zu den h/e Oszillationen addieren sich im Ensemble die einzelnen Teilwiderstände gleichphasig zum Gesamtwiderstand [48].

Die übrigen Oszillationen höherer Ordnung, wie etwa $h/3e$, $h/4e$, ... die als Folge von Pfaden auftreten, die eineinhalb-mal, zweimal, ... um den Ring laufen, spielen bei den meisten Messungen keine Rolle. Da die zugehörigen Trajektorien mit steigender Ordnung linear länger werden, sind sie aufgrund der endlichen Kohärenzlänge meist stark unterdrückt bzw. gar nicht zu beobachten (nach [11]).

3.4 Die Berry-Phase in 2DEG-Ringen

Michael Berry zeigte 1984 [49], dass sich die Phase eines quantenmechanischen Systems ändern kann, wenn sich die Parameter des Systems infolge eines adiabatischen Prozesses verändern. Dieses Phänomen resultiert aus den geometrischen Eigenschaften des Parameterraumes, welcher dem System zugrunde liegt. Seit seiner Entdeckung hat das sehr allgemeine Konzept der Berry-Phase zahlreiche Anwendungsmöglichkeiten gefunden. Viele, auch bereits bekannte Phänomene in der Physik lassen sich mit diesem Formalismus elegant beschreiben. Beispiele dafür sind das Foucaultsche Pendel, diverse Polarisationsexperimente in optischen Fasern oder der in Kapitel 3.3 durch elementare Quantenmechanik beschriebene Aharonov-Bohm-Effekt. Die sehr komplexe Thematik kann im Rahmen dieser Arbeit nicht detailliert oder gar erschöpfend dargestellt werden. Vielmehr soll hier nur ein kurzer Überblick über die grundlegenden Ideen hinter dem Konzept der „geometrischen Phase“ gegeben werden (nach M. V. Berry in [50]).

Die Wahl der absoluten Phase eines Systems ist grundsätzlich beliebig; physikalisch relevant sind nur die relativen Phasen. Deshalb macht sich die geometrische Phase nur dann bemerkbar, wenn ein Zustand im Parameterraum über einen geschlossenen Weg geführt wird. In der Quantenmechanik unterliegt die Phase einer zeitlichen Entwicklung, die durch die so genannte dynamische Phase beschrieben wird:

$$\exp \left(\frac{i}{\hbar} \int \hat{H}(t) dt \right) . \quad (3.9)$$

Die geometrische Phase liefert beim Durchlaufen eines geschlossenen Pfades im Parameterraum einen zusätzlichen Beitrag zur Gesamtphase. Das Auftreten der Berry-Phase lässt sich anschaulich im Rahmen des klassischen parallelen Transports verstehen, wobei die gewonnenen Erkenntnisse dann auf quantenmechanische Systeme übertragen werden können.

Im Folgenden wird exemplarisch ein Einheitsvektor \mathbf{e} auf der Oberfläche einer Kugel bewegt, die durch einen Radius-Einheitsvektor \mathbf{r} beschrieben wird (vergleiche Abbildung 3.8). Dabei werden zwei Randbedingungen an die Bewegung gestellt: Einerseits muss $\mathbf{e} \cdot \mathbf{r}$ gleich Null bleiben, also der Einheitsvektor stets tangential zur Kugeloberfläche orientiert sein und andererseits soll die Ebene, die \mathbf{e} und \mathbf{r} aufspannen, bei der Bewegung nicht um \mathbf{r} gedreht werden (also $\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r} = 0$, wobei $\boldsymbol{\omega}$ die Winkelgeschwindigkeit einer Drehung der Ebene um \mathbf{r} ist). Dies führt zu folgender Bewegungsgleichung:

$$\dot{\mathbf{e}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{e} \quad \text{wobei: } \boldsymbol{\omega} = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}. \quad (3.10)$$

Diese Bewegungsgleichung ist nicht integrabel, d. h. bewegt man den Vektor auf einer geschlossenen Bahn C auf der Kugeloberfläche, dann ist bei der Rückkehr zum Ausgangspunkt der Vektor \mathbf{e} nicht mehr notwendigerweise parallel zu seiner Orientierung am Anfang der Bewegung. Er erscheint also um einen Winkel $\alpha(C)$ um eine Achse entlang von \mathbf{r} verdreht, obwohl die Randbedingungen eine Drehung um den jeweils aktuellen (lokalen) Radiusvektor nicht erlauben, so dass diese auch nie explizit ausgeführt wurde.

Abbildung 3.8 zeigt das Zustandekommen dieser Drehung anhand der Bewegung eines Vektors entlang einer einfachen Kurve, die nur entlang von Meridianen und dem Äquator der Kugel verläuft. In diesem Fall sind die Randbedingungen besonders einfach einzuhalten. Es lässt sich zeigen, dass die Größe des Drehwinkels gerade dem Raumwinkel Ω entspricht, den die Bahn C bezüglich des Zentrums der Kugel einschließt.

Diese einfache Herleitung für klassischen parallelen Transport lässt sich nun in vielerlei Hinsicht verallgemeinern. Einerseits muss die zugrundeliegende Oberfläche keine Kugel sein. Auch beliebige andere gekrümmte Oberflächen führen zu dem beobachteten Effekt. Für den parallelen Transport auf der Mantelfläche eines Kegels ergibt sich beispielsweise ein ähnlich einfaches Ergebnis für Bahnen die um die Kegelachse herumführen: die resultierende Drehung entspricht in diesen Fällen dem Raumwinkel den der Kegel aufspannt. Andererseits kann das Konzept soweit verallgemeinert werden, dass ein quantenmechanischer Zustand ψ (im Hilbertraum) die Rolle des Einheitsvektors übernimmt. Darüberhinaus wird die Position im dreidimensionalen Raum verallgemeinert auf einen Satz von Parametern, die den Zustand ψ formen. Für jede beliebige Wahl des Parametersatzes ist ψ dann bis auf einen Phasenfaktor festgelegt. Die Bewegung im dreidimensionalen Raum wird durch eine Bewegung im Parameterraum ersetzt, d. h. ein oder mehrere externe Parameter werden kontinuierlich verändert, bis man schließlich wieder zu den ursprünglichen Werten der Parameter zurückkehrt. Auf diesem „geschlossenen Weg“ C kann sich in Analogie zur Orientierung des Einheitsvektors im Ortsraum die Phase des Zustandes in Abhängigkeit von der Geometrie des Parameterraumes ändern. In quantenmechanischen Systemen wird diese durch die Geometrie des Parameterraumes bedingte Phasenänderung als Berry-Phase bezeichnet.

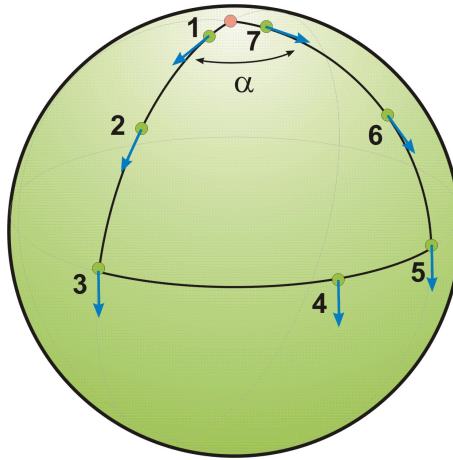


Abbildung 3.8: Das Auftreten einer geometrischen Phase im klassischen parallelen Transport lässt sich gut anhand der Bewegung eines Vektors auf einer Kugeloberfläche verstehen. Verläuft die Bewegung wie im Bild gezeigt nur entlang von Meridianen und dem Äquator so sind die geforderten Randbedingungen für parallelen Transport verhältnismäßig leicht einzuhalten: Der Vektor soll während der gesamten Bewegung tangential zur Kugeloberfläche gehalten werden und niemals explizit um den Radiusvektor gedreht werden. Am Anfang der Bahn (roter Punkt) soll sich der Vektor beispielsweise am Nordpol befinden und in Richtung des 0-Grad Meridians nach Süden zeigen. Entlang dieses Meridians wird der Vektor über Punkt 1 und 2 nach Süden bis zum Äquator (Punkt 3) bewegt. Während dieser gesamten Bewegung zeigt der Vektor nach Süden. Von Punkt 3 aus wird der Vektor dann entlang des Äquators über Punkt 4 nach Osten geführt, bis er nach einem Viertel des Kugelumfangs am 90-Grad Meridian den Punkt 5 erreicht ($\alpha = 90^\circ$), wobei der Vektor auch während dieses Bewegungsabschnittes weiterhin fortwährend nach Süden zeigt. Bewegt man den Vektor schließlich entlang des 90-Grad Meridian über die Punkte 6 und 7 wieder zurück zum Nordpol, dann ist der Vektor schließlich am Pol entlang des 90-Grad Meridians nach Süden orientiert. Dies bedeutet jedoch, dass der Vektor sich gegenüber der anfänglichen Orientierung um 90 Grad gedreht hat, obwohl der Transport lokal immer parallel war. Eine genauere Betrachtung zeigt, dass die Größe des resultierenden Drehwinkels bei einer Bewegung entlang jeder beliebigen geschlossen Bahn C auf der Kugeloberfläche gerade dem Raumwinkel entspricht, den die Bahn bezüglich des Zentrums der Kugel einschließt

Im Folgenden wird der Formalismus der geometrischen Phase zur Beschreibung der Bewegung eines Spins in einem Magnetfeld herangezogen. Dazu wird ein magnetisches Moment \mathbf{S} betrachtet, welches sich in einem inhomogenen Magnetfeld \mathbf{B}_{ext} befindet. Aufgrund der Richtungsquantisierung gibt es für die Projektion des magnetischen Momentes S auf die Richtung des Magnetfeldes nur ganz bestimmte Einstellungsmöglichkeiten, so dass der Spin auch im energetisch niedrigsten Zustand nicht vollständig entlang des Magnetfeldes ausgerichtet ist. Die Phase dieses Zustandes kann anschaulich als der Winkel α der Präzession um die Magnetfeldachse aufgefasst werden. Die bereits erwähnte dynamische Phase ist in diesem Bild durch die zur Stärke des Magnetfeldes proportionale Larmorfrequenz bestimmt (vergleiche Abschnitt 2.1). Wird nun bei gleichbleibender Stärke des Magnetfeldes langsam dessen Richtung verändert, so kommt zusätzlich zur dynamischen Phase noch eine geometrische Phase hinzu, da die Quantisierungsachse der Richtung des Magnetfeldes folgt (siehe Abbildung 3.9).

Der entsprechende Hamiltonoperator für dieses Problem sieht dann folgendermaßen aus (vereinfachte Darstellung für $S = 1/2$ nach [51]):

$$\hat{H}(\mathbf{B}) = -\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}, \quad (3.11)$$

wobei das Magnetfeld die Rolle der erwähnten externen Parameter übernimmt. Es ergeben sich folgende Eigenwerte:

$$E_n(\mathbf{B}) \propto -nB, \quad (3.12)$$

mit $n = \pm 1/2$. Daraus ergibt sich nach etwas Rechenaufwand die Berry-Phase $\alpha_{1/2}(C)$ zu:

$$\alpha_{1/2}(C) = \mp \frac{1}{2} \Omega(C), \quad (3.13)$$

dabei ist $\Omega(C)$ der Raumwinkel, den das Magnetfeld beim Durchlaufen der „Bahn“ beschreibt. Die resultierende Berry-Phase bei der Rückkehr zur ursprünglichen Feldrichtung ist also gerade der halbe negative oder positive beschriebene Raumwinkel, je nachdem, ob sich das Elektron im Zustand Spin-up oder Spin-down befindet (siehe Abbildung 3.9, rechts).

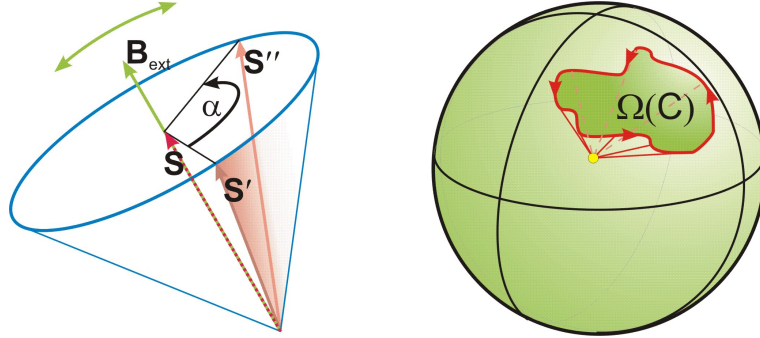


Abbildung 3.9: Das Konzept des klassischen parallelen Transports lässt sich auch auf quantenmechanische Systeme übertragen. Dabei wird die Phase eines quantenmechanischen Zustandes betrachtet und die Rolle des dreidimensionalen Raumes wird ganz allgemein von einem Satz von Parametern übernommen. Auf einem „geschlossenen Weg“ im Parameterraum ergibt sich in Analogie zur geometrischen Phase eine Phasenänderung des Zustandes, die in dieser allgemeinen Form als Berry-Phase bezeichnet wird. In der Abbildung ist das Auftreten der Berry-Phase am Beispiel des für diese Arbeit relevanten Falls eines Spins in einem zeitlich veränderlichen Magnetfeld illustriert. Die Berry-Phase kann in dieser Situation als ein zusätzlicher Winkelbeitrag α zur Präzession des Spins um das Magnetfeld aufgefasst werden. Es zeigt sich, dass die resultierende Berry-Phase bei der Rückkehr zur ursprünglichen Feldrichtung gerade dem halben Raumwinkel entspricht, den das Magnetfeld während seiner Änderung beschreibt (Skizze nach [52]).

Um dieses bemerkenswerte und unkomplizierte Ergebnis auf das konkrete Experiment dieser Arbeit zu übertragen sind einige Anmerkungen zu verschiedenen Gesichtspunkten angebracht, die im knappen Überblick über die Herleitung außer Acht gelassen wurden. In der Literatur werden verschiedene Auswirkungen der

Berry-Phase auf den Transport von spintragenden Teilchen erwartet. Dazu gehören *persistent currents* (siehe z. B. [53]) genauso wie Auswirkungen auf die universellen Leitwertfluktuationen (beispielsweise in [54]). In der vorliegenden Arbeit soll der Einfluss der Berry-Phase auf den Magnetotransport in einer Ringstruktur aus einem 2DEG-Heterostrukturmaterial untersucht werden. Dies geschieht mit Hilfe eines modifizierten Aharonov-Bohm-Experimentes.

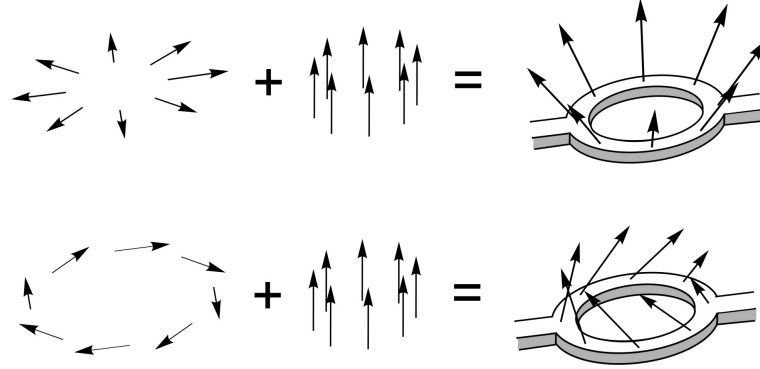


Abbildung 3.10: Die Richtungsänderung des Magnetfeldes muss mit der Veränderung des Ortes der Ladungsträger einhergehen, um die Berry-Phase in Transportexperimenten beobachten zu können. Dabei ist es unerheblich auf welche Art das Magnetfeld gegen die Ringebene verkippt ist, solange unter kontinuierlicher Veränderung ein endlicher Raumwinkel beschrieben wird. In der Abbildung sind zwei Beispiele gezeigt, wie ein Magnetfeld mit einer entsprechenden Textur entlang einer Ringstruktur erzeugt werden kann. Dazu wird ein senkrecht zur Ringebene stehendes homogenes Magnetfeld mit einem radialsymmetrischen Feld in der Ebene konzentrisch zum Ring überlagert. Im oberen Beispiel wird auf diese Weise ein crown-like Magnetfeld erzeugt, während das Feld im unteren Beispiel in der Literatur als wire-like bezeichnet wird. Wenn bei gleichbleibendem radialen Feld die Stärke des homogenen Feldes variiert wird, kann dadurch der Kippwinkel des überlagerten Feldes gegen die Ringebene eingestellt werden. Im oberen Beispiel wird damit der Öffnungswinkel des Kegels verändert, den das überlagerte Feld darstellt. Der Raumwinkel den dieser Kegel aufspannt ist aber gerade derjenige, der für die Berry-Phase bei einem vollen Umlauf um den Ring verantwortlich ist. Deshalb kann die Größe der Berry-Phase durch die Stärke des homogenen Feldes gezielt variiert werden. Im unteren Beispiel ist der entsprechende Raumwinkel weniger leicht zu erkennen. Es stellt sich jedoch heraus, dass auch in diesem Fall der Kippwinkel des überlagerten Feldes gegen das homogene Feld die Öffnung des ausschlaggebenden kegelförmigen Raumwinkels und damit die Größe der Berry-Phase bestimmt (nach [55]).

Dem homogenen Magnetfeld senkrecht zur Ringebene, das für die AB-Oszillationen verantwortlich ist, wird ein zusätzliches Magnetfeld in der Ringebene mit radialer Symmetrie überlagert. In der Superposition der beiden Felder entsteht ein inhomogenes Magnetfeld, das etwa so aussehen kann, wie es in den beiden Beispielen der Abbildung 3.10 gezeigt ist. Zunächst soll ein Elektron betrachtet werden, dass sich auf einer geschlossenen Bahn um den Ring herum bewegt. Die Ortswellenfunktion erfährt eine Phasenverschiebung δ_{AB} durch den AB-Effekt (siehe Abschnitt 3.3), die durch den magnetischen Fluss durch den Ring, also die senkrechte Komponente des Magnetfeldes gegeben ist. Bei veränderlicher Stärke des homogenen Feldes resultieren daraus die bekannten AB-Oszillationen in der Leitfähigkeit des

Ringes. Im betrachteten System separieren die Ortswellenfunktion und die Spinwellenfunktion, so dass deren Phasenentwicklung unabhängig voneinander abläuft und sich die Phasenlage der Gesamtwellenfunktion als Summe der jeweiligen Teilphasen ergibt [56].

Für die weitere Betrachtung wird vorausgesetzt, dass sich die Richtung des Magnetfeldes so langsam ändert, dass ein Elektron sich während der gesamten Zeit des Umlaufes um den Ring im Eigenzustand der aktuellen Spin-Quantisierungsachse (Richtung des Gesamtmagnetfeldes) befindet. Diese Bedingung der Adiabaticität lässt sich anschaulich folgendermaßen verstehen: Für die Präzession des Elektronenspins um die Quantisierungsachse gibt es genau zwei Einstellungsmöglichkeiten (vergleiche Abschnitt 2.1 und Abbildung 3.9, links). Die Phase der Spinwellenfunktion kann, wie bereits erwähnt wurde, als aktueller Drehwinkel der Präzession verstanden werden. Die Bedingung der Adiabaticität bedeutet in diesem einfachen Bild nichts anderes, als dass sich die Richtung des Magnetfeldes langsam im Vergleich zur Präzessionsfrequenz ändert. Dadurch ist gewährleistet, dass sich die Phase der Spinwellenfunktion kontinuierlich ändert, da die Quantisierungsachse auf der Zeitskala der Präzession keine Sprünge macht.

Wenn ein Elektron im Ring unter dem Einfluss des inhomogenen Magnetfeldes einmal umläuft dann folgt die Quantisierungsachse des Spin dem Magnetfeld und die Spinwellenfunktion erfährt eine Phasenverschiebung die nach Gleichung 3.13 dem halben eingeschlossenen Raumwinkel entspricht. Das Vorzeichen der Verschiebung ist auch hier durch die Orientierung des Elektronen-Spins bestimmt (up oder down).

In Analogie zur Herleitung des AB-Effekts kann ein Elektron von einer Seite des Ringes auf zwei möglichen Wegen zur anderen Seite des Ringes gelangen. Die kontinuierliche Phasenänderung und das statische inhomogene Magnetfeld führen dazu, dass die Phasendifferenz der Spinwellenfunktion am Treffpunkt genau der geometrischen Phase eines Umlaufes um die geschlossene Kurve entspricht, welchen die beiden Teilpfade bilden.

Die Kombination der bisher erläuterten physikalischen Phänomene ermöglicht es, die erwarteten Ergebnisse des entsprechenden Transportexperimentes abzuschätzen: Gemessen werden soll die Leitfähigkeit eines 2DEG-Ringes in Abhängigkeit eines veränderlichen senkrechten Magnetfeldes, das zusätzlich von einem zeitlich konstanten Magnetfeld mit radialer Symmetrie überlagert ist. Die Leitfähigkeit des Ringes ergibt sich aus der Interferenz der Wellenfunktionen im Ring, wobei die Gesamtphase der Wellenfunktion von drei Einflussgrößen bestimmt ist:

- Die dynamische Phase, die sich aus der normalen Zeitentwicklung ergibt hat keinen Einfluss auf die Leitfähigkeit, da sie in beiden Ringarmen den gleichen Beitrag liefert.
- Die Aharonov-Bohm-Phase ruft die charakteristischen Oszillationen in Abhängigkeit des magnetischen Flusses durch den Ring hervor. Da das radiale Feld keinen Fluss durch den Ring verursacht ist dieser Beitrag allein durch die Ringfläche und das veränderliche senkrechte Feld bestimmt.

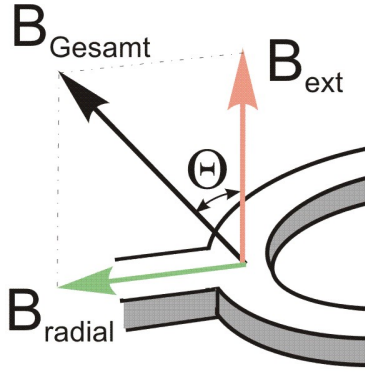


Abbildung 3.11: Während für den vertrauten Beitrag des AB-Effektes zur Gesamtphase nur der von B_{ext} verursachte magnetische Fluss durch den Ring verantwortlich ist, stellt sich die Situation für den Beitrag der Berry-Phase komplexer dar. Die akkumulierte Phase hängt einerseits vom Spin der Elektronen sowie andererseits vom Winkel Θ zwischen Gesamtmagnetfeld $B_{\text{Gesamt}} = B_{\text{ext}} + B_{\text{radial}}$ und der Probennormalen ab. Dieser Winkel ändert sich mit veränderlichem B_{ext} , so dass auch der Beitrag der Berry-Phase zur Gesamtphase vom jeweils aktuellen Wert für B_{ext} abhängt. Dies führt schließlich zu einer Unterdrückung der AB-Oszillationen für bestimmte Werte von B_{ext} [54].

- Die Berry-Phase liefert einen zusätzlichen Phasenbeitrag und modifiziert dadurch die AB-Oszillationen. Der Beitrag zur Phase hängt dabei einerseits vom Winkel Θ zwischen Gesamtmagnetfeld $B_{\text{Gesamt}} = B_{\text{ext}} + B_{\text{radial}}$ und der Probennormalen sowie andererseits vom Spin der Elektronen ab. Besonders zu beachten ist dabei die Tatsache, dass sich Θ mit veränderlichem B_{ext} ebenfalls verändert (siehe Skizze in Abbildung 3.11).

Wäre der Winkel zwischen dem Gesamtmagnetfeld B_{Gesamt} und der Probennormalen konstant, so hätten die Oszillationen der beiden Spinkanäle eine zwar im Allgemeinen unterschiedliche aber feste Phasenlage zueinander. Dies würde lediglich zu einer Unterdrückung der h/e -Oszillationen führen, da sich die Periode für beide Spinkanäle nicht unterscheidet. Während das externe Magnetfeld verändert wird, ändert sich bei konstanter radialer Komponente jedoch auch ständig der Winkel des Gesamtmagnetfeldes zur Probennormalen und damit der beschriebene Raumwinkel für die Elektronenspins. Dies führt dazu, dass sich die Phasenlage der beiden Spinkanäle zueinander kontinuierlich mit dem externen Magnetfeld verändert, was eine Unterdrückung der AB-Oszillationen für bestimmte Feldwerte zur Folge hat. Dieser Effekt ist mit dem Entstehen einer Schwebung bei der Überlagerung von Oszillationen vergleichbar, wobei hier jedoch die beiden Frequenzen nicht konstant sind, sondern sich mit dem externen Magnetfeld ständig verändern, da sich die Berry-Phase ebenfalls kontinuierlich verändert. Dies führt nach [54] dazu, dass die AB-Oszillationen für zwei bestimmte Kippwinkel des Gesamtfeldes (den so genannten *magic angles*) verschwinden und dass die Einhüllende der Oszillationen einen hochgradig nicht-periodischen Verlauf mit dem externen Magnetfeld aufweist. Da sich im Experiment die Amplitude der AB-Oszillationen aber auch noch durch andere Effekte ständig verändert (vergleiche dazu die Messungen in Kapitel 6), ist es schwierig diese Winkel als Nachweis der Berry-Phase direkt zu finden. Deshalb wird meist eine indirekte aber leichter zugängliche Auswirkung der geometrischen Phase herangezogen: Auch wenn die Überlagerung nicht aus zwei Schwingungen mit konstanter Frequenz entsteht, sollte dennoch eine Aufspaltung im Fourier-Spektrums der Oszillationen zu beobachten sein (siehe u. a. [54]), die als wichtiges Indiz oder

gar als Nachweis der Berry-Phase gewertet werden kann. So haben z. B. Shayegan *et al.* dieses Kriterium herangezogen, um in einem Materialsystem, in dem ein effektives radiales Magnetfeld durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung verursacht wird, den Einfluss der Berry-Phase nachzuweisen [57]. Ein ähnlich deutlicher Hinweis auf die geometrische Phase in Festkörpern unter dem Einfluss echter Magnetfelder, wie er auch in der vorliegenden Arbeit gesucht wurde, konnte bisher noch nicht gefunden werden, sondern war, wenn überhaupt vorhanden, deutlich schwächer ausgeprägt [58].

Kapitel 4

Herstellung der Proben und Messtechnik

Für die Herstellung der Proben, die in dieser Arbeit untersucht wurden, war eine Vielzahl unterschiedlicher Prozessschritte erforderlich. Häufig kamen Standardprozesse der Halbleiterstrukturierung zum Einsatz, in einigen Fällen mussten diese jedoch an die speziellen Anforderungen der Proben angepasst oder sogar neu entwickelt werden. Diese Modifikationen betreffen hauptsächlich die Elektronenstrahlolithographie (ESL), die deshalb im ersten Teil dieses Kapitels ausführlicher dargestellt wird. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein umfangreiches Wissen zu diesem Thema erworben, das weit über die unmittelbaren Anforderungen für die Probenherstellung hinaus geht. Die übrigen Prozessschritte werden meist nur sehr knapp beschrieben. Dies geschieht im zweiten Teil des Kapitels, in dem die verschiedenen Proben der vorliegenden Arbeit hinsichtlich ihrer Herstellung vorgestellt werden. Für ausführlichere Informationen zu den Standardtechniken sei bereits hier auf die entsprechende Literatur verwiesen, wie beispielsweise [59, 60, 61, 62]. Auch bei der Vermessung der Proben wurde überwiegend auf Standardverfahren zurückgegriffen, weshalb am Ende dieses Kapitels auf den Messaufbau und die Messmethode ebenfalls nur sehr kurz eingegangen wird.

4.1 Die Elektronenstrahlolithographie (ESL)

Die Elektronenstrahlolithographie (ESL) ist eine leistungsfähige und flexible Technik, die vor allem zur Erzeugung sehr kleiner Strukturen eingesetzt wird. Dabei werden die Strukturen zunächst mit einem Elektronenstrahl in eine auf die Probe aufgebrachte Lackschicht belichtet und nach einem Entwicklungsschritt erfolgen die unterschiedlichen Strukturübertragungsprozesse. Zusätzlich zur hohen Auflösung bietet die ESL die Möglichkeit einfach und schnell die Strukturgeometrien an veränderte Prozessanforderungen anzupassen.

4.1.1 Aufbau einer Elektronenmikroskop-basierten ESL-Anlage

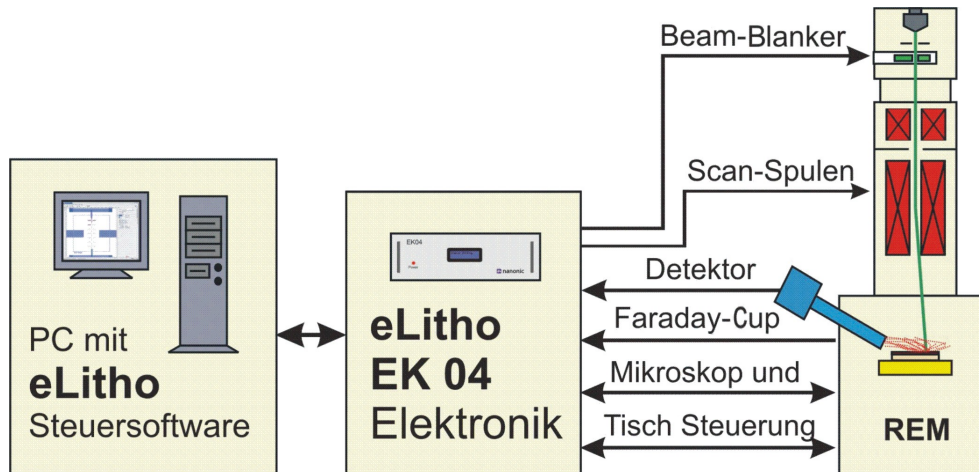


Abbildung 4.1: Die Abbildung zeigt schematisch das Zusammenspiel der einzelnen Komponenten eines Lithographie-Zusatzsystems (links und Mitte) mit einem Rasterelektronenmikroskop oder einer Focused-Ion-Beam-Anlage (rechts). Mit Hilfe eines Struktureditors (eDraw) und einer Steuerungssoftware (eLitho, links) werden die gewünschten Strukturdaten erzeugt und der Belichtungsprozess kontrolliert. Während des eigentlichen Lithographiebetriebes übernimmt eine externe Elektronik (Mitte) die Strahlsteuerung des Mikroskops. Dazu werden einerseits die Strukturdaten in analoge Spannungssignale zur Strahlablenkung gewandelt, andererseits wird auch der Strahl über einen Beam-Blanker zur jeweils richtigen Zeit an- und ausgeschaltet. Für die Repositionierung der Strukturen bei mehrstufigen Lithographieprozessen ist außerdem das Auslesen des Detektorsignales zur Erzeugung eines Bildes erforderlich, damit die aktuelle Lage der Probe bezüglich des Schreibkoordinatensystems ermittelt werden kann. Um die Belichtung weitgehend zu automatisieren, kann das Steuerprogramm außerdem den Mikroskop-Tisch und verschiedene REM-Funktionen wie die Vergrößerung oder den Fokus steuern. Darüberhinaus ist die Messung des Strahlstromes mit Hilfe eines Faraday-Cups notwendig, um die richtige Verweildauer des Strahls an den Rasterpunkten und damit die richtigen Dosiswerte zu erreichen.

Im Bereich der Forschung werden häufig ESL-Systeme eingesetzt, die auf kommerziellen Rasterelektronenmikroskopen (REM) basieren. Zur Belichtung von Strukturen mit dem Elektronenstrahl wird die Ablenkeinheit des Mikroskops durch einen externen Mustergenerator angesteuert (siehe unten), der die geometrischen Daten der Strukturen in geeignete Spannungssignale zur Rasterung der Strukturen umsetzt. Dabei ist neben der möglichst exakten Positionierung auch die Verweildauer des Strahls an den jeweiligen Punkten von Bedeutung, da diese eine entscheidende Größe für die Belichtungsdosis darstellt. Zur weitgehenden Automatisierung bzw. für bestimmte Belichtungsaufgaben ist es erforderlich, dass verschiedene Parameter des Mikroskops von der externen Steuerung kontrolliert werden können. Dazu gehören z. B. bestimmte REM-Funktionen wie die Vergrößerung und der Fokus sowie die Position des Probentisches im Mikroskop. Für die Repositionierung der Strukturen bei Lithographieprozessen die mehrere Teilschritte umfassen, ist außerdem eine di-

gitale Bildaufnahme erforderlich, der aus den Strahlpositionen und den zugehörigen Detektorsignalen ein Bild der Probe erzeugt, damit die aktuelle Lage der Probe bezüglich des Schreibkoordinatensystems ermittelt werden kann (siehe dazu auch Abbildung 4.8). Neben der Elektronik wird für die Durchführung dieser Aufgaben natürlich auch die entsprechende Software (siehe unten) benötigt.

Teilweise auch im Rahmen dieser Arbeit wurde im Umfeld der Arbeitsgruppe ein entsprechendes Lithographie-Zusatzsystem entwickelt, das inzwischen den Schritt zum kommerziellen Produkt vollzogen hat und am Lehrstuhl an zwei verschiedenen Mikroskopen zur Verfügung steht. Im Folgenden wird dieses Lithographiesystem (eLitho) kurz allgemein vorgestellt. Erst in den nächsten Abschnitten wird ein besonderes Augenmerk auf diejenige Funktionalität des Systems gerichtet, welche zur Herstellung der speziellen Proben der vorliegenden Arbeit wichtig war. Das Gesamtpaket besteht im wesentlichen aus drei Komponenten (siehe auch Abbildung 4.1):

- Steuerelektronik



Abbildung 4.2: Die Steuerelektronik des eLitho-Systems übernimmt u. a. die Strahlsteuerung und die Kontrolle des Mikroskops während der Belichtung.

Die Hardwarekomponente (siehe Abbildung 4.2) des Systems übernimmt die oben beschriebenen Aufgaben der Strahlsteuerung und der Kontrolle des Mikroskops während der Belichtung. Die geometrischen Strukturdaten werden dazu von der Elektronik als Rastermuster aufbereitet, damit sie mit einer maximalen Punktrate von mehreren Megahertz an die 16 bit-Digital-Analog-Wandler (DAC) weitergegeben werden können. Das analoge Ausgangssignal wird schließlich in einer Endstufe möglichst rauscharm auf den richtigen Pegel verstärkt und dann an die externen Scan-Eingänge des Mikroskops gelegt. Für die Bildaufnahme wird synchron zur Strahlsteuerung das REM-Detektorsignal ausgelesen und an die Steuersoftware weitergeleitet. Darüberhinaus übernimmt die ESL-Elektronik die schnelle Ansteuerung des elektrostatischen Beam-Blankers zur Austastung des Elektronenstrahls z. B. während

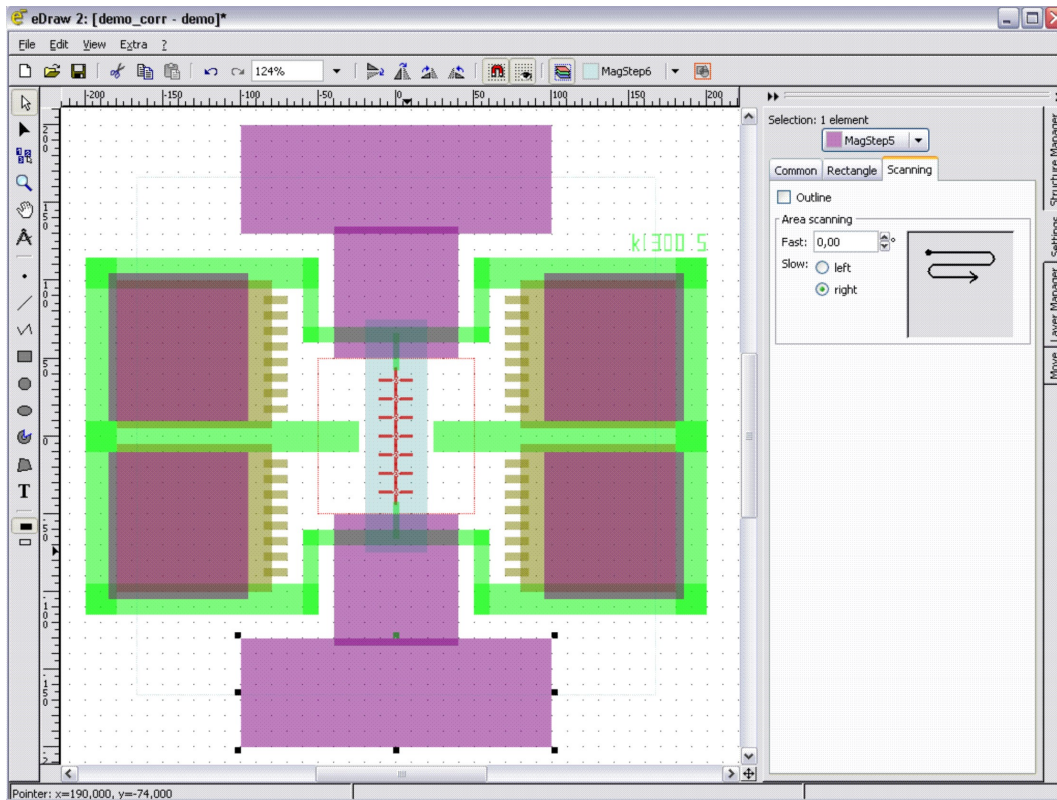


Abbildung 4.3: Mit Hilfe von eDraw, einem CAD-Editor speziell für Lithographieaufgaben, ist es möglich die Strukturdaten weitgehend grafisch zu erzeugen. Dabei können bereits bei der Strukturerstellung lithographie-spezifische Funktionen und Attribute eingesetzt werden. Das gezeigte Design erlaubte es die gesamte laterale Strukturierung von Aharonov-Bohm Ringen aus ineinander geschachtelten Teilstrukturen mit unterschiedlichen Schreibfeldgrößen zu realisieren. Auf diese Weise konnte die Erstellung einer Maske für die optische Lithographie umgangen werden (siehe Abschnitt 4.3).

der Schreibpausen. Da die Steuerelektronik nach dem Übermitteln der Strukturdaten autark arbeitet, übernimmt sie auch die Steuerung der Mikroskopfunktionen, die während der Belichtung bzw. der Bildaufnahme benötigt werden. So wird beispielsweise durch die am REM eingestellte Vergrößerung der aktuell erreichbare Schreibbereich und damit das Verhältnis zwischen DAC-Koordinaten und den tatsächlichen Distanzen auf der Probe festgelegt. Außerdem kann mit dem System eine automatische Nachführung des Strahlfokus beim Anfahren einer neuen Schreibposition mit dem Mikroskopisch erreicht werden. Die Hardware kann eine Vielzahl von weiteren Aufgaben vor und während der Belichtung übernehmen, wie etwa die Messung des Strahlstromes.

- CAD-Layouteditor: eDraw

Bevor jedoch die entsprechenden Strukturen in die Lackschicht der Probe geschrieben werden können, müssen die Strukturdaten unter Berücksichtigung des spezifischen Lackprozesses und des jeweiligen Strukturübertragungsprozesses bestimmt und erstellt werden. Zu diesem Zweck wurde für das ESL-System ein spezieller CAD-Editor (eDraw) entwickelt, mit dem es möglich ist die Strukturdaten weitgehend grafisch zu erzeugen. Neben der Nutzung von Grundfähigkeiten eines Multilayer-Struktureditors erlaubt es das Programm bereits zum Zeitpunkt der Strukturerstellung ESL-spezifische Funktionen und Attribute einzusetzen. So kann z. B. die Rastermethode ausgewählt werden und es können sowohl die Schreibreihenfolge als auch individuelle Dosisfaktoren für die einzelnen Elemente festgelegt werden. Auch die Größe des Schreibfeldes kann bereits im Zeichenprogramm bestimmt werden und zwar für jedes Layer einer Struktur separat, um Strukturen aus ineinander geschachtelten Schreibfeldern realisieren zu können (vergleiche Abschnitt 4.3). Eine Instanzenfunktion erlaubt es, mit geringem Aufwand Arrays von Strukturen nach dem *parent-child*-Prinzip zu erzeugen.

- Kontroll- und Dokumentationsoftware: eLitho

Erstellen der virtuellen Probe

Die mit eDraw erstellten Strukturen werden mit Hilfe eines Programms zur Steuerung der Belichtung (eLitho) auf einem virtuellen Abbild einer realen Probe grafisch zusammengestellt. Es können sowohl ganze Strukturen als auch einzelne Layers einfach durch *drag and drop* auf der virtuellen Probe positioniert werden. Durch einfaches Kopieren und Verschieben können auch ganze Arrays von Strukturen arrangiert werden. Dabei ist die Aufgabenteilung zwischen den beiden Programmen einfach und klar vorgegeben: Während in eDraw der Inhalt der verschiedenen Schreibfelder erstellt wird, können in eLitho die einzelnen Schreibfelder auf der Probe angeordnet und deren Schreibreihenfolge festgelegt werden. Darüber hinaus erlaubt es das Kontrollprogramm für die einzelnen Positionen Belichtungsparameter wie das *pixelspacing* (Abstand der Rasterpunkte) und die Dosis getrennt nach Punkten, Linien- und Flächenelementen anzugeben (siehe Abschnitt 4.1.2). Auch die Parameter, die zur Repositionierung von Strukturen (vergleiche Abschnitt 4.2) benötigt werden, können den verschiedenen Schreibpositionen zugeordnet werden. Auf diese Weise lässt sich die Elektronenstrahlolithographie für eine bestimmte Probe (eventuell unterteilt in verschiedene Schreibschritte) vollständig zusammenstellen und mit allen Parametern belegen. Schließlich wird die gesamte Zusammenstellung gemeinsam mit allen eingegebenen Parametern abgespeichert. Bis zu diesem Schritt kann alles offline auf einem Bürorechner, d. h. ohne Verbindung zur Elektronik und zum Mikroskop, durchgeführt werden. Außerdem ist eine Simulation des nachfolgend beschriebenen Belichtungsvorganges offline möglich.

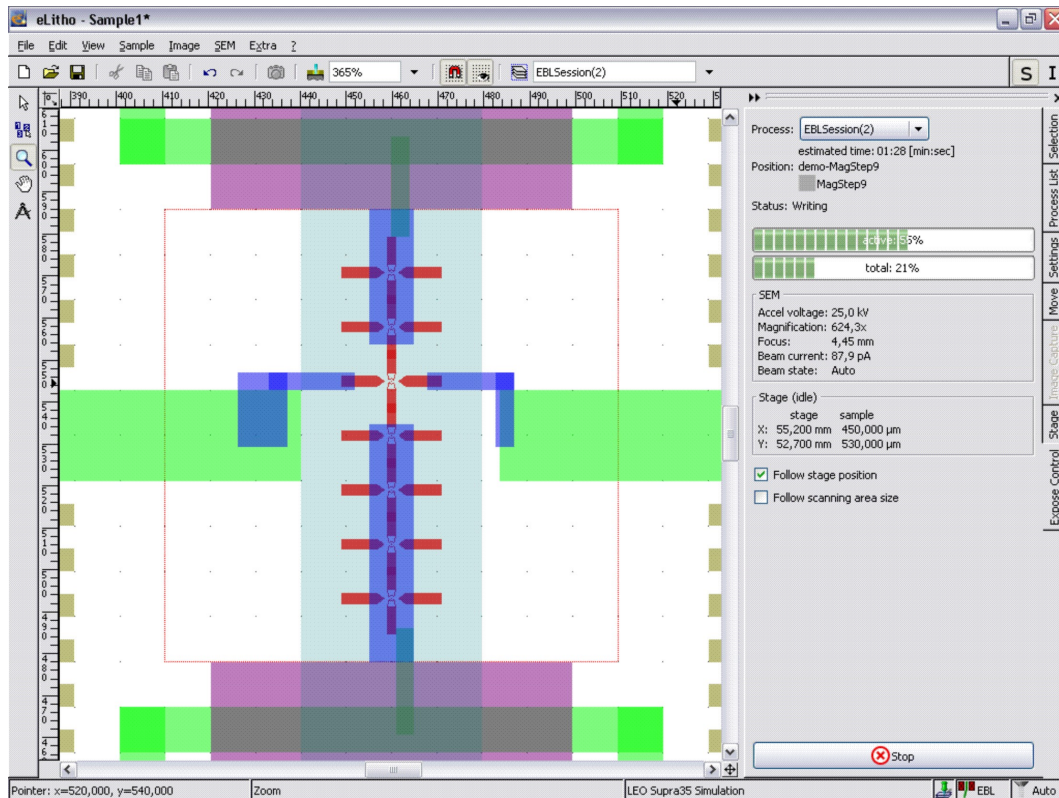


Abbildung 4.4: Das Lithographie-Steuerprogramm eLitho erlaubt es, den Lithographieprozess anhand des virtuellen Abbildes einer Probe zusammenzustellen und zu kontrollieren. Dazu können den einzelnen Schreibfeldern einer Zusammenstellung zahlreiche Belichtungsparameter zugeordnet werden, aber auch die Parameter für den Ablauf der Belichtung, wie etwa die Schreibreihenfolge oder die Repositionierungsroutinen, werden hier festgelegt. Schließlich kann die virtuelle Probe zusammen mit allen Lithographieparametern zur grafischen Prozessdokumentation eingesetzt werden. Die konkrete Darstellung zeigt, wie gerade der innere Teil der Mesa aus Abbildung 4.3 belichtet wird (rot im Bild, vergleiche dazu auch Abschnitt 4.3).

Belichtungskontrolle

Die eigentliche Lithographie-Sitzung beginnt mit dem Einschleusen der belackten Probe in die Kammer des REMs. Zunächst werden am Mikroskop die gewünschten Strahlparameter wie Beschleunigungsspannung und Blendeneinstellung gewählt und die nötigen Einstellungen für eine ausreichende Abbildungsqualität auf einer Justierprobe vorgenommen. Ist der Strahlstrom des REMs hinreichend stabil, wie dies etwa bei Mikroskopen mit thermisch unterstützten Feldemittern der Fall ist, erfolgt zu diesem Zeitpunkt auch bereits die Strahlstrommessung. Im nächsten Schritt wird die Probe in das Tischsystem des REMs eingemessen, da die Ausrichtung der Probe im REM normalerweise nicht definiert ist. Dazu bietet eLitho ein Verfahren an, bei dem man mit

dem Tisch ausgewählte Punkte (Marken oder sonstige Strukturmerkmale der Probe oder Ecken und Ränder der Probe) auf der Probe anfährt und deren Koordinaten ins Programm eingibt. Nach dieser Prozedur ist es möglich anhand der virtuellen Probe auf der realen Probe zu navigieren, da die entsprechende Koordinatentransformation bekannt ist. Darüber hinaus ist es möglich an einigen unkritischen Stellen der Probe den Fokus korrekt einzustellen und diesen in das Kontrollprogramm zusammen mit der entsprechenden Tischposition einzulesen. Dadurch ist es unter der Annahme einer ebenen Probenoberfläche möglich eine *focus-plane* zu fitten. Auf diese Weise kann das System Fokusfehler kompensieren, die als Folge eines nicht exakt waagrechten Einbaus der Probe entstehen, indem die Fokuseinstellung bei Tischbewegungen automatisch nachgeführt wird.

Damit sind alle notwendigen Einstellungen durchgeführt und nach dem Auswählen des gewünschten Schreibschrittes kann mit der Belichtung begonnen werden. Dazu werden nacheinander die einzelnen Positionen vom Tisch angefahren und die entsprechenden Strukturen unter Berücksichtigung der zuvor eingestellten Belichtungsparameter in den Lack geschrieben. Müssen während der Belichtung keine besonderen Aufgaben wie Repositionierung oder eine Nachregelung der Strahlparameter vorgenommen werden, läuft dieser Vorgang automatisch ab und es ist kein Benutzereingriff mehr nötig, bis die Belichtung abgeschlossen ist. Durch entsprechende Anzeigeelemente im Kontrollprogramm wird der Benutzer im Verlauf der Belichtung über den Ablauf und den Schreibfortschritt informiert. Falls sich kein weiterer Schreibschritt mehr anschließt, kann die Probe dann zum Entwickeln ausgeschleust werden.

Dokumentation der Lithographieschritte

Da die Zusammenstellung mit allen Belichtungsparametern abgespeichert werden kann, ergibt sich unmittelbar eine übersichtliche grafische Dokumentation des Lithographieprozesses. Um zu einem späteren Zeitpunkt Informationen über den Prozess zu erhalten, wird die Datei einfach wieder in das Kontrollprogramm geladen und man kann anhand der virtuellen Probe alle relevanten ESL-Parameter für die jeweiligen Schreibpositionen abrufen. Außerdem generiert eLitho während der Schreibens ein *log-file*, das im Detail den genauen Ablauf des Belichtungsvorganges wiedergibt.

4.1.2 Belichtung der Strukturen

Die Grundlage für das Verständnis vieler Details der ESL bildet die Kenntnis der Wechselwirkung des Elektronenstrahls mit dem Lack und dem Substrat. Der in der Elektronenoptik des Mikroskops sehr fein fokussierte Strahl (Durchmesser $< 1 \text{ nm}$) von Primärelektronen (PE) wird beim Durchdringen des Resists infolge von Streuprozessen (Vorwärtsstreuung) aufgeweitet. Im Substrat werden die Elektronen statistisch hauptsächlich unter großen Winkeln gestreut (Rückstreuungselektronen, RE).

Dieser Prozess erzeugt eine Kaskade niederenergetischer Elektronen (Sekundärelektronen, SE). Die Reichweite innerhalb derer die SE und RE aus dem Substrat zurück in den Lack austreten sowie deren Anzahl hängen von verschiedenen Faktoren ab. Einerseits spielen der verwendete Resist und das Substrat eine wichtige Rolle, da durch diese Parameter die Streuprozesse und damit die SE-Ausbeute und die Eindringtiefe mitbestimmt wird. Andererseits spielt für die Eindringtiefe auch die Energie der PE (Beschleunigungsspannung) eine wichtige Rolle. Zusammen bestimmen diese Faktoren die Größe und Form des so genannten Wechselwirkungsvolumens das charakteristisch für den jeweiligen Belichtungsprozess ist. Die Streuprozesse im Lack sind häufig mit chemischen oder physikalischen Reaktionen verbunden, so werden z. B. die langkettigen Moleküle von polymeren Resists sukzessive in kürzere Moleküle zerteilt, so dass diese im Gegensatz zu den ursprünglichen Molekülen von einem entsprechenden Entwickler gelöst werden können (Standard-Positiv-Prozess). Sowohl die PE als auch die SE können diese Reaktionen hervorrufen, wobei der Streuquerschnitt mit abnehmender Elektronenenergie stark zunimmt. Deshalb ist der Beitrag der SE zur Belichtung in vielen Fällen nicht zu vernachlässigen. Die SE treten in einer relativ großen Umgebung (mehrere μm) vom Auftreffort des Strahls aus dem Substrat aus und tragen in diesem Bereich zur Belichtung des Lacks bei. Diese Tatsache, die auf dem Gebiet der ESL als *Proximity-Effekt* bekannt ist, kann erheblichen Einfluss auf das Ergebnis der Belichtung haben.

Im so genannten Negativprozess ist das Verhalten beim Entwickeln gerade umgekehrt, da die stattfindenden Reaktionen bewirken, dass der Lack an den belichteten Stellen für den Entwickler unlöslich wird, so dass dieser den Lack nur an den nicht bestrahlten Stellen ablösen kann. Da es sich bei den Vorgängen im Resist während der Bestrahlung meist um statistische Prozesse handelt, ist die zur ausreichenden Belichtung erforderliche Dosis von der Zahl der PE abhängig. Auf dem Gebiet der ESL hat sich für Dosisangaben die „Ladungsdosis“ etabliert und nicht, wie in anderen Bereichen der Physik üblich, die Energiedosis. Deshalb ist die Dosis an einem Punkt nur durch die Verweildauer des Strahls und durch den Strahlstrom bestimmt, entspricht also einfach dem Wert der eingestrahlten Ladung. Für Linienelemente ergibt sich die Dosis als Ladung pro Länge und für flächige Elemente entsprechend als Ladung pro Fläche.

Insgesamt ergibt sich für die erforderliche Dosis zur ausreichenden Belichtung einer Struktur eine komplexe Abhängigkeit von zahlreichen Prozessparametern:

- Beschleunigungsspannung
- Substrat
- Lackart und -dicke
- Entwickler und Entwicklungsmethode
- Strahlstrom

- Strahlprofil
- Arbeitsabstand (Fokusweite)
- Größe und Anordnung der Strukturen (Proximity-Effekt)
- Art des anschließenden Strukturübertragungsprozesses (siehe nachfolgender Abschnitt 4.1.3)

Besonders bei bestimmten Negativprozessen, wie z. B. mit einem PMMA-Resist, ist die Situation bei der Findung der richtigen Dosis noch deutlich komplexer gelagert. Da in diesen Fällen der chemische Prozess, welcher zur Unlöslichkeit des belichteten Resists im Entwickler führt, von der lokal bei der Bestrahlung erreichten Temperatur abhängt, kann die erforderliche Dosis weder durch eine einfache Ladungsdosis noch durch eine Energiedosis beschrieben werden. Vielmehr spielt in diesen Fällen zusätzliche zu den übrigen Parametern der zeitliche Ablauf der Belichtung eine entscheidende Rolle. Deshalb ist bei diesen Prozessen einerseits der Strahlstrom von besonderer Bedeutung, andererseits ist aber auch die Wärmeleitfähigkeit der Probe für den genauen Ablauf des Prozesses ausschlaggebend. Ähnlich wie beim Proximity-Effekt wird durch diese Faktoren die minimal erreichbare Strukturgröße des Negativprozesses bestimmt, wobei aber hier eben auch der zeitliche Ablauf der Belichtung einen bedeutenden Einfluss auf das Ergebnis des Prozesses hat.

4.1.3 Strukturübertragungsprozesse

In den meisten Fällen ist natürlich nicht eine Lackstruktur das angestrebte Ergebnis des Strukturierungsprozesses. Vielmehr dient das entwickelte Muster in der Lack-schicht meist als Zwischenschritt bei der Herstellung der endgültigen Strukturen aus Halbleitermaterialien, Metallen oder Isolatoren. Die wichtigsten der in dieser Arbeit verwendeten Strukturübertragungsprozesse sind in Abbildung 4.5 zusammengestellt.

Beim Lift-off-Verfahren wird die entwickelte Probe flächig mit dem gewünschten Material bedampft. Durch die Erzeugung unterschrittener Flankenprofile bei der Entwicklung (*Undercut*) und geeignete Aufdampfgeometrien (Punktquelle und großer Abstand) erreicht man, dass zwar sowohl die Lackoberseite als auch die beim Entwickeln freigelegten Stellen mit dem verdampften Material beschichtet werden, diese Bereiche aber keine Verbindung untereinander aufweisen. Wird nun mit einem geeigneten Lösungsmittel der restliche Lack entfernt, so wird das darauf befindliche Material mit abgelöst, während es in den Lackfenstern auf dem Substrat haften bleibt. Auf diese Weise bleiben Material-Inseln mit der Form der Lacköffnungen auf dem Substrat zurück.

Ein anderes gängiges und auch in dieser Arbeit häufig eingesetztes Strukturübertragungsverfahren stellt das Abtragen des Substrates durch verschiedene Ätzprozesse (Plasma, Ionenstrahl, nass-chemisch) dar. An den Stellen, die nach dem Entwickeln noch mit Lack bedeckt sind, kann unmittelbar kein Material abgetragen

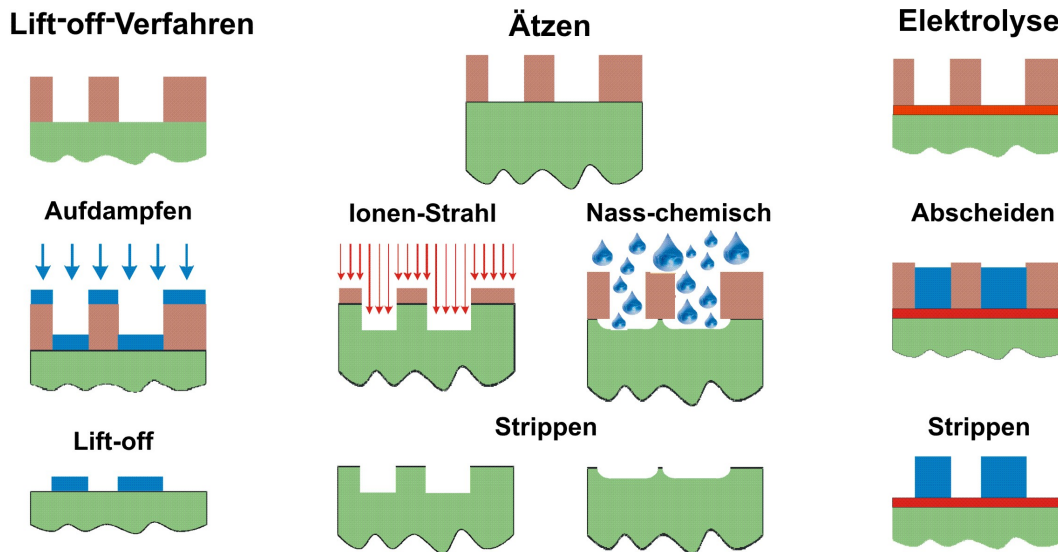


Abbildung 4.5: Mit Hilfe der Elektronenstrahlolithographie wird eine Lackmaske auf dem Substrat erzeugt. Dieses Muster in der Lackschicht dient meist als Zwischenschritt bei der Herstellung von Strukturen aus Halbleitermaterialien, Metallen oder Isolatoren. Die Abbildung gibt einen kurzen Überblick über die wichtigsten Strukturübertragungsprozesse, die in der vorliegenden Arbeit verwendet wurden. Ausgangspunkt (obere Reihe) ist in allen Fällen die entwickelte Lackstruktur (rosa), so dass es Stellen auf der Probe gibt, an denen das Substrat (grün) mit einer Lackschicht bedeckt ist und Bereiche an denen das Substrat freigelegt wurde. Während beim Lift-off-Verfahren (linke Spalte) und bei der elektrolytischen Abscheidung (rechte Spalte) die Nanostrukturen auf das Substrat aufgebracht werden, wird bei den Ätzverfahren (mittlere Spalte) das Substrat lokal abgetragen. Weitere Erläuterungen zu den gezeigten Verfahren finden sich im Text dieses Abschnittes.

werden, so dass die mit Lack geschützten Strukturen nach dem Entfernen des Lacks (*Strippen*) reliefartig aus dem zurückgeätzten Substrat herausragen. Insbesondere beim stark anisotropen Ionenstrahlätzen kann man sehr steile Strukturflanken erzeugen, jedoch ist zu beachten, dass der Ionenstrahl auch den Lack abträgt und deshalb während des Ätzprozesses die schützende Lackschicht immer dünner wird. Dieses Problem tritt beim nass-chemischen Ätzen nicht auf, dafür ist dieser Ätzprozess meist sehr isotrop, was zu einer starken Unterätzung der Lackschicht führt, weshalb dieses Verfahren im Allgemeinen sehr flache Ätzflanken erzeugt. Besonders bei kleinen Strukturen kann nass-chemisch meist nicht sehr tief geätzt werden, außerdem verrunden die Ecken der Strukturen mit zunehmender Ätztiefe sehr schnell.

Beim elektrolytischen Abscheiden von Metallen muss das Substrat leitfähig sein oder vor dem Belackern mit einem dünnen Metallfilm (Elektrolyse-Gate) bedampft werden. Nach dem Belichten und Entwickeln werden die Strukturen in eine geeignete Elektrolytlösung getaucht und durch Anlegen einer Spannung zwischen der Probe und einer Gegenelektrode wird ein elektrochemischer Prozess in Gang gesetzt. Dabei scheiden sich die im Elektrolyten gelösten Metallionen an den freigelegten Stellen auf der Probe ab. Wird die Abscheidung bei konstanter Stromstärke durchgeführt, so lässt sich die gewünschte Schichtdicke durch die Abscheidedauer bestimmen. Die

Abscheiderate hängt neben anderen Parametern auch von der Größe der Kathode, also der Fläche auf der abgeschieden wird, ab. Deshalb weist der Probenhalter für die Elektrolyse eine im Vergleich zu den Strukturen große Referenzfläche aus Metall auf, auf der ebenfalls Material abgeschieden wird. Dadurch wird die Abscheiderate praktisch unabhängig von den Details der Strukturen auf der Probe und ist im wesentlichen durch die Referenzfläche bestimmt.

Der Hauptvorteil der elektrolytischen Abscheidung liegt in der Erreichbarkeit großer Aspektverhältnisse (Strukturhöhe zu den lateralen Abmessungen) der Metallstrukturen, wie sie durch thermisches Verdampfen und Lift-off-Verfahren nicht realisierbar sind, da man die freigelegten Stellen im Lack nicht bis zur Oberkante mit Material füllen kann. Dabei kommt dem Verlauf der Lackflanken der entwickelten Strukturen eine besondere Bedeutung zu, da die elektrolytisch abgeschieden Strukturen eine Art Abguss der Öffnungen im Lack darstellen. Durch geeignete Lacksysteme, Belichtungs- und Entwicklungsparameter lassen sich nahezu senkrechte Lackflanken erreichen (vergleiche Abbildung 4.14).

Zur Abscheidung von Permalloy (Py, weichmagnetische Nickel-Eisen-Legierung) wurde in der vorliegenden Arbeit ein so genannter Wolfscher Elektrolyt verwendet [63, 64]. Durch Variation der Fe^{++} Ionen-konzentration im Elektrolyten und durch die Stromdichte bei der Abscheidung lässt sich das richtige Verhältnis zwischen Nickel und Eisen einstellen. Bei der elektrolytischen Abscheidung wurde auf die Erkenntnisse und Erfahrungen der Arbeiten von Werner Breuer und Marcus Zenger zurückgegriffen [63, 64, 65].

4.2 Herstellung der Proben für die Mikro-Hall-Magnetometrie

Die Schritte für die Herstellung der Proben für die Mikro-Hall-Magnetometrie wurden bereits ausführlich in den Vorgängerarbeiten zu dieser Thematik von D. Schuh [62], M. Rahm [66] und J. Stahl [67] vorgestellt. Deshalb wird in diesem Abschnitt nur ein knapper Überblick über die Prozessierung der Hallstrukturen gegeben. In einem ersten Schritt werden auf etwa $5 \times 5 \text{ mm}^2$ großen Waferstücken des 2DEG-Materials mit Hilfe von optischer Lithographie und nasschemischem Ätzen 15 Multihallbar-Mesastrukturen hergestellt (siehe Abbildung 4.6 a) und b)).

Anschließend werden an den breiten Enden der Strukturen (Bondpads) ohmsche Kontakte einlegiert. Die weitere Prozessierung bezieht sich auf die fünf etwa $10 \times 10 \mu\text{m}^2$ großen, kreuzförmigen Strukturen, die sich im zentralen Bereich der geätzten Struktur befinden (siehe Abbildung 4.6 c)). In einem nächsten Schritt werden zunächst diese Kreuze weiter eingeschränkt, so dass die eigentlichen Hall-sensoren mit lateralen Abmessungen von einigen hundert Nanometern entstehen. Dies wird mit Hilfe von ESL und anschließend reaktiven Ionen-Ätzen (RIE) oder chemisch unterstütztem Ionenstrahl-Ätzen (CAIBE) erreicht (siehe Abbildung 4.7).

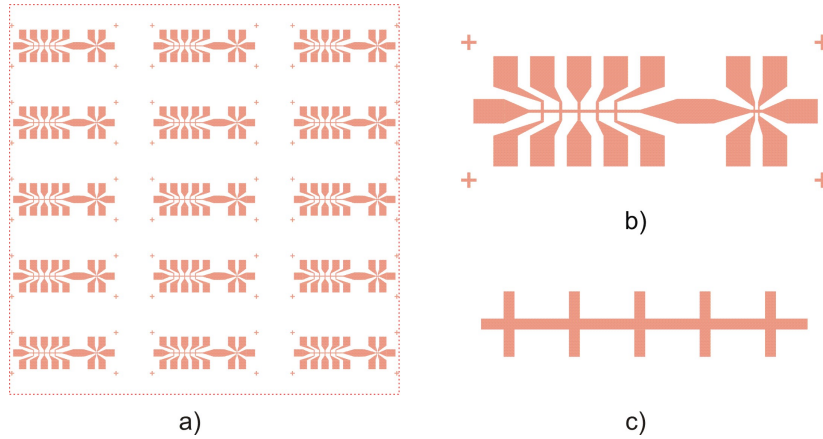


Abbildung 4.6: In einem ersten Schritt bei der Herstellung der Proben für die Mikro-Hall-Magnetometrie werden Mesostrukturen mittels optischer Kontakt-Lithographie angefertigt. Teilbild a) zeigt den Layer der entsprechenden Maske im Überblick. Mit dieser Maske werden 15 Multihallbar-Strukturen gleichzeitig auf Waferstücke mit Abmessungen von etwa $5 \times 5 \text{ mm}^2$ belichtet. In Teilbild b) ist eine einzelne dieser Multihallbars vergrößert dargestellt, wobei die vier peripheren Kreuze als Justiermarken für die nachfolgenden optischen Lithographiestritte dienen. Die Strukturen stellen für die weitere Prozessierung eine eng zusammenliegende Doppelkreuzstruktur (Ausschnitt b), rechts) sowie fünf Kreuzungen mit $10 \mu\text{m}$ breiten Balken entlang eines zentralen Strompfades (Ausschnitt b), links und Ausschnitt c)) zur Verfügung. An den breiten Enden der Strukturen können ohmsche Kontakte erzeugt werden, die groß genug sind (etwa $70 \times 100 \mu\text{m}^2$), um außerdem als Bondpads für die spätere Kontaktierung der Probe zu dienen (vergleiche dazu Abbildung 4.16).

Da das 2DEG in GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen an den Materialgrenzen verarmt, entstehen auf diese Weise Sensoren mit abgerundeten Ecken, deren aktive Flächen deutlich kleiner sind als ihre geometrischen Abmessungen. Je nach dem verwendeten Material, dem eingesetzten Ätzverfahren und der Messtemperatur kann die Breite l_d der Verarmungszone 250 nm oder mehr betragen. Insbesondere Schädigungen, die beim Ionenstrahlätzen in der Nähe der Ätzflanken hervorgerufen werden, führen zu sehr großen Verarmungslängen. Nasschemisches Ätzen ist dagegen bezüglich der Verarmung des 2DEGs das schonendste Verfahren. Jedoch kann mit dieser Methode das Verrunden von Eckenradien aufgrund der Isotropie des Ätzprozesses nicht vermieden werden. Als Kompromiss zwischen den Extremen haben sich die beiden genannten Verfahren (RIE und CAIBE) bewährt, dennoch ist es auch mit diesen Methoden notwendig, die tatsächlichen Grenzen für die minimal erreichbaren Strukturgrößen in Abhängigkeit vom Material und der Strukturgeometrie jeweils konkret zu ermitteln.

In den geätzten Flächen der Einschränkungen des Hallkreuzes in Abbildung 4.7 sind malteserkreuz-förmige Justiermarken aus Gold zu erkennen. Diese dienen zur Orientierung bei der Repositionierung, wenn in einem weiteren ESL-Schritt der Nanomagnet auf den Sensor aufgebracht wird. Ein ausgefeiltes Repositionierungsverfahren erlaubt es mit dem eLitho-Programm verschiedene, aufeinander folgende ESL-Schritte lagerichtig aneinander auszurichten (siehe Abbildung 4.8). Dazu wird nach dem erneuten Einbau der belackten Probe in das REM zunächst ein Bild auf-

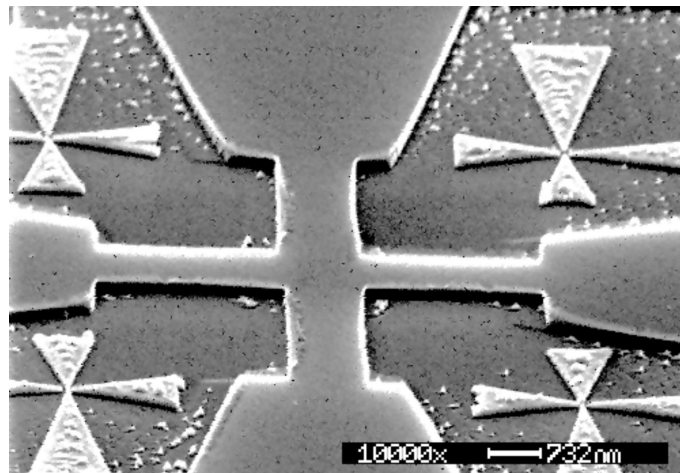


Abbildung 4.7: Die mittels optischer Lithographie hergestellten Kreuze der Multihallbar (vergleiche Abbildung 4.6) werden mit Hilfe der ESL weiter eingeschränkt, so dass die eigentlichen Hallsensoren mit lateralen Abmessungen von meist deutlich weniger als einem Mikrometer entstehen. Bei der in der Abbildung gezeigten Struktur (REM-Aufnahme, unter 60° verkippt) wurde das Lackmuster durch chemisch unterstütztes Ionenstrahlätzen auf die Heterostruktur übertragen. In den geätzten Flächen der Einschränkungen sind malteserkreuz-förmige Lift-off-Justiermarken zu erkennen, die zur Repositionierung beim Aufbringen des Nanomagnetens dienen (siehe Abbildungen 4.8 und 4.9). Zur Repositionierung können grundsätzlich alle Strukturmerkmale mit bekannten Koordinaten herangezogen werden, deshalb wurde im Verlauf der Arbeit auf die Justiermarken ganz verzichtet und die magnetischen Strukturen nur noch anhand der Ätzkanten der Mesa repositioniert.

genommen, um die Lage der bereits vorhandenen Struktur zu ermitteln. Die Aufnahmezeit soll dabei möglichst kurz gehalten werden, da ja auch beim Scannen für die Bildaufnahme der Lack bereits merklich belichtet werden kann. Gegebenenfalls muss die bei der Bildaufnahme aufgebrauchte Dosis bei der anschließenden Belichtung der Struktur berücksichtigt werden. Dies ist möglich, da sich für die meisten Belichtungsprozesse sukzessive aufgebrauchte Dosen einfach addieren. Wenn die Vorbelichtung aufgrund besonderer Gegebenheiten zu groß werden würde, etwa bei sehr dicken Lacken, bei denen sich aufgrund der Streuung im Lack meist sehr verrauschte Bilder ergeben, oder bei sehr kleinen Bildabmessungen, kann auf eine maskierte Bildaufnahme zurückgegriffen werden. Diese erlaubt es in bestimmten Bereichen innerhalb des quadratischen Bildbereiches den Elektronenstrahl auszutasten, so dass bei der Bildaufnahme beispielsweise nur der Bereich in unmittelbarer Nähe der Justiermarken bestrahlt wird.

Mit Hilfe des Mauszeigers kann im aufgenommenen Bild die tatsächliche Position der Marken bezüglich des Scan-Systems (Ist-Position) ermittelt werden. Durch Vergleich der Ist-Position mit den angegebenen Koordinaten der entsprechenden Marken im Struktur-Koordinatensystem (Soll-Position) kann das Programm die erforderlichen Manipulationen (Drehung und Verschiebung) errechnen, um die zu schreibende Struktur an die richtige Stelle zu belichten. Dieser Prozess ist flexibel zu konfigurieren.

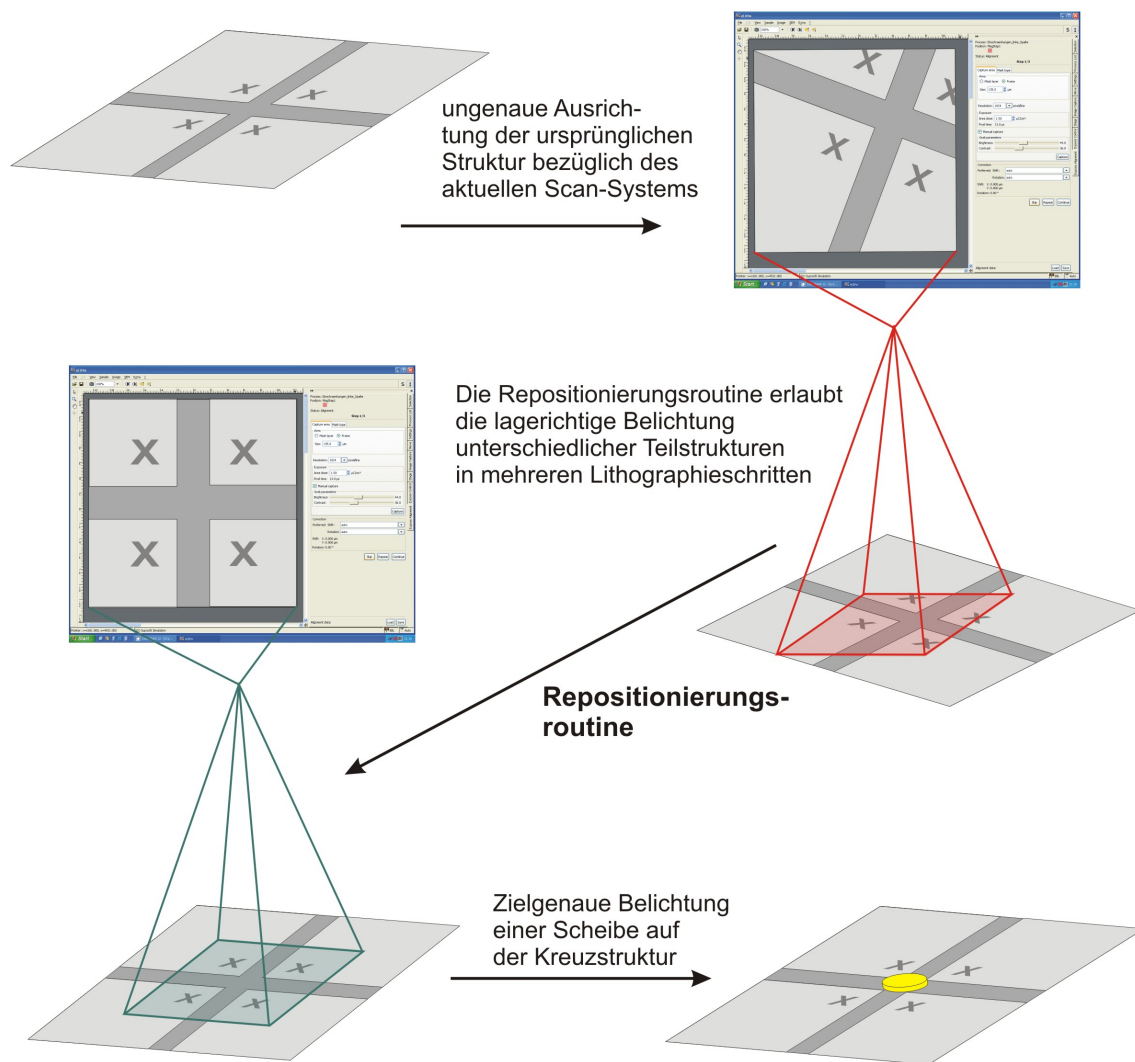


Abbildung 4.8: Bei sukzessive aufeinander folgenden ESL-Prozessen ist es meist erforderlich die einzelnen Schreisschritte lagerichtig zueinander auszurichten. Dieser Vorgang wird häufig als Repositionierung oder Alignment bezeichnet. Für gewöhnlich wird dazu die Zielposition grob mit dem Tisch angefahren und dort ein Bild aufgenommen, auf dem Strukturmerkmale mit bekannten Koordinaten zu erkennen sind. Mit Hilfe des Mauszeigers können die Positionen dieser Merkmale im aktuellen Scan-System ausgelesen werden. Durch Vergleich dieser Ist-Position mit den angegebenen Soll-Koordinaten der Marken kann das Programm die zur lagerichtigen Positionierung der Struktur erforderlichen Manipulationen berechnen. Auf diese Weise ist eine zielgenaue Belichtung der nachfolgenden Strukturen möglich.

ren (beliebig viele Marken, mehrstufig, bevorzugte Manipulation) und läuft während der Belichtung weitgehend automatisch ab. Der einzige erforderliche Benutzereingriff im Verlauf der Belichtung ist das Anklicken der Justiermarken im eingezogenen Bild. Dennoch können alle Parameter während des Ablaufes interaktiv den aktuellen Gegebenheiten angepasst werden.

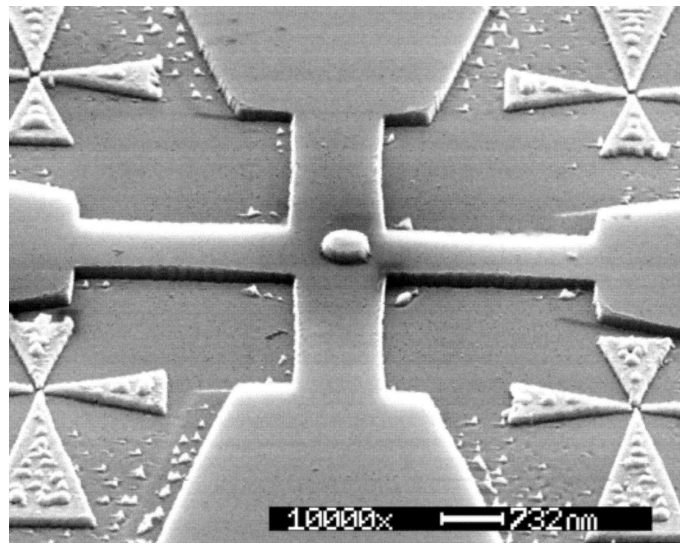


Abbildung 4.9: Diese REM-Aufnahme zeigt eine fertig strukturierte Sonde für die Mikro-Hall-Magnetometrie, die aus der selben Probenserie stammt wie die in Abbildung 4.7 gezeigte Struktur. Hier ist jedoch im Zentrum des Kreuzes bereits die zu vermessende Nickel-Scheibe im Lift-off-Verfahren platziert worden.

Da zur Repositionierung grundsätzlich alle Strukturmerkmale mit ausreichendem Kontrast im REM und bekannten Koordinaten herangezogen werden können, wurde im weiteren Verlauf der Arbeit meist ganz auf ESL-Justiermarken verzichtet und die magnetischen Strukturen wurden anhand der Ätzkanten der Mesa repositioniert. Auf diese Weise können zuverlässig Repositionierungs-Genauigkeiten von etwa 20 nm erreicht werden (vergleiche dazu auch [67]). Diese Genauigkeit ist hier auch durch den Mikroskopisch begrenzt, da eine Abweichung in dieser Größenordnung schon allein durch die mechanische Drift des Tisches zu erwarten ist. Abbildung 4.9 zeigt ein Hallkreuz auf dem eine Nickel-Scheibe mit diesem Verfahren platziert wurde.

In vielen Fällen wurde vor dem Aufbringen der Nanomagneten flächig über den Kreuzungsbereich eine etwa 10 nm dicke Gate-Elektrode aus Gold gedampft, mit der es durch Anlegen einer Spannung während der Messungen möglich ist, die Ladungsträgerdichte des 2DEG im Bereich der Hallsonden etwas zu verändern. Dadurch können die Transporteigenschaften der Sonden bezüglich ihrer Eignung als Magnetfeldsensor optimiert werden. Bei elektrolytisch abgeschiedenen Magneten war das Aufbringen des Gates ohnehin für die Elektrolyse erforderlich, so dass die Gate-Elektrode in diesen Fällen sogar eine doppelte Funktion übernehmen konnte.

Die fertig strukturierten Multihallbars werden abschließend durch Ritzen und Brechen vereinzelt und in Chipcarrier geklebt. Nachdem durch Bonden mit dünnen Golddrähten eine leitfähige Verbindung zwischen den Steckkontakten des Chipcarriers und den Kontaktpads der Probe hergestellt wird, ist es bequem möglich, die Probe in den Probenstab für die Messung im Kryostaten einzubauen.

4.3 Proben zur Messung des AB-Effektes und der Berry-Phase

Die Grundlage für die Messungen zu dieser Thematik bilden geeignet dimensionierte Ringstrukturen aus 2DEG-Materialien. Wäre die bloße Messung des AB-Effektes das angestrebte Ziel gewesen, hätte man auf Heterostrukturen zurückgreifen können, die möglichst hohe Beweglichkeiten und große Phasenkohärenzlängen aufweisen. Bei diesen Materialien liegt das 2DEG meist einige hundert Nanometer unterhalb der Oberfläche. Da jedoch für die weitergehenden Experimente zur Berry-Phase das Streufeld der Nanomagneten in der Ebene des Elektronengases noch hinreichend stark sein muss, wurde bereits zu Beginn der Versuche auf sehr flache 2DEGs (für GaAs/GaAlAs-Heterostrukturen) zurückgegriffen. Bei diesen liegt das 2DEG etwa 30 nm bis 40 nm unter der Oberfläche. Bei den oberflächennahen Elektronengasen erreicht man aber bisher leider keine ähnlich guten Qualitäten wie bei den etwas tiefer eingebetteten 2DEGs. Insbesondere die verringerte Phasenkohärenzlänge in der Größenordnung von etwa $1\text{ }\mu\text{m}$ (bei Temperaturen von ungefähr 100 mK) erfordert die Strukturierung sehr kleiner Ringe mit einem Durchmesser von weniger als $1\text{ }\mu\text{m}$.

Verarmungslänge

Die Herstellung von entsprechenden Ringen in dieser Dimension ist jedoch mit Schwierigkeiten verbunden. Zwar ist die geforderte Auflösung für die Strukturierung in diesem Größenbereich mit Hilfe der ESL unschwer zu erreichen, dennoch ergeben sich einige Hindernisse bei der Herstellung funktionsfähiger Ringe. Dies liegt vor allem an der in Abschnitt 4.2 schon angesprochenen Verarmungslänge l_d . Diese bewirkt, dass die Ausdehnung des Bereiches in dem der Ladungstransport stattfinden kann (Kanalbreite w_c) deutlich stärker eingeschränkt ist, als durch die geometrischen Abmessungen der Strukturen vorgeben. Will man einen mittleren Ringdurchmesser ($2 \cdot r_c$) von 600 nm realisieren (entspricht einer Ringarmlänge von etwa $1\text{ }\mu\text{m}$) und geht beispielsweise von einer Verarmungslänge von etwa 250 nm und einer angestrebten Kanalbreite von 50 nm aus, so verbleiben für den Innendurchmesser ($2 \cdot r_i$) des zu ätzenden Ringes gerade einmal 50 nm . Das heißt, dass bei dieser Verarmungslänge deutlich kleinere funktionsfähige Ringe prinzipiell nicht herstellbar sind (vergleiche dazu auch Abbildung 4.10).

Zudem treten häufig Schwankungen in der Kanalbreite aufgrund kleiner lokaler Ätzfehler oder sonstiger Materialinhomogenitäten auf, die z. B. auch von Verspannungen beim Abkühlen der Proben resultieren können. Gerade bei den angestrebten sehr kleinen Kanalbreiten sind diese Schwankungen problematisch, da es für die Quanteninterferenzexperimente an den Ringen notwendig ist, dass im abgekühlten Zustand beide Ringarme für den Ladungstransport zur Verfügung stehen. Weil eine Vergrößerung des Außendurchmessers um Δr_a bei gleichbleibendem Innendurchmesser die Kanalbreite unmittelbar vergrößert ($w_c(r_a + \Delta r_a) = w_c(r_a) + \Delta r_a$ bei

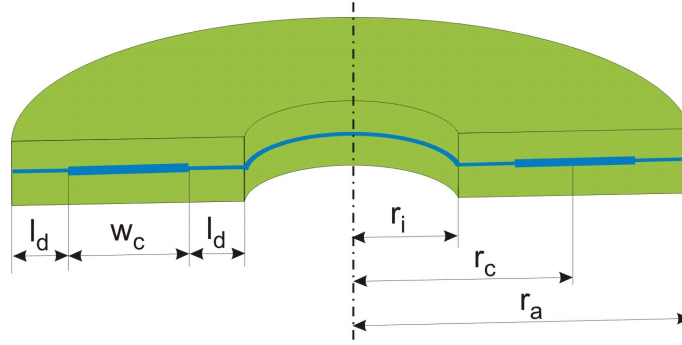


Abbildung 4.10: Im Zusammenhang mit den AB-Ringen werden in der vorliegenden Arbeit verschiedene laterale Abmessungen zur Charakterisierung der Strukturen verwendet. Die blaue Linie gibt die Ebene des 2DEG innerhalb des Ringes an. Während das Elektronengas entlang der Ätzflanken verarmt (dünne Linie), stehen in den dick ausgezogenen Bereichen der Linie genügend Elektronen für den Ladungstransport zur Verfügung. Der innere und der äußere Radius r_i und r_a des Ringes legen seine laterale Geometrie fest. Aus der Differenz dieser beiden Werte $r_a - r_i$ ergibt sich die geometrische Breite für die Ringarme. Die Verarmung des 2DEGs entlang der Ätzflanken führt zu einer effektiven Kanalbreite w_c , die im Vergleich zur geometrischen Breite um das doppelte der Verarmungslänge l_d reduziert ist. Für die mittlere Länge eines Ringarmes ergibt sich der halbe Umfang eines Kreises mit dem Radius $r_c = (r_a + r_i)/2$. Diese Länge entspricht dem Weg, den die Wellenfunktionen bei den h/e -Oszillationen entlang getrennter Pfade verlaufen, bevor sie auf der anderen Seite des Ringes interferieren.

$r_i, l_d = \text{const}$) und die Armlänge (halber Umfang des Kreises mit Radius r_c) dagegen langsamer zunimmt ($r_c(r_a + \Delta r_a) = r_c(r_a) + 0.5 \cdot \Delta r_a$ bei $r_i, l_d = \text{const}$), scheint eine moderate Vergrößerung von r_a eine akzeptable Methode, um dieses Problem zu umgehen. Für die Experimente ist jedoch ein großes Aspektverhältnis der Ringe (r_c/w_c) erwünscht, weil der Durchmesser der am Transport beteiligten Elektronenpfade möglichst genau festgelegt sein sollte, da dieser die Periode der AB-Oszillationen bestimmt. Im quantenmechanischen Bild der Transportkanäle bedeutet dies, dass die Kanalbreite nur eine oder wenige transversale Moden erlauben darf, wobei die Durchmesser der zugehörigen Elektronenpfade nicht stark voneinander abweichen dürfen (vergleiche Abschnitt 2.2).

Ätzverfahren

Wie in Abschnitt 4.2 erwähnt, hat das verwendete Ätzverfahren einen entscheidenden Einfluss auf die Ausprägung der Verarmungszone. Da neben einer geringen und gleichmäßigen Verarmungslänge auch die Qualität der Übertragung der PMMA-Strukturen in die Heterostruktur eine wichtige Anforderung an den Ätzprozess ist, wurde zunächst auf reaktives Ionenätzen (RIE) mittels SiCl_4 zurückgegriffen. Mit Hilfe dieses Verfahrens ist es gelungen funktionsfähige Ringe mit einer geometrischen Armbreite von etwa 400 nm herzustellen. Dies bedeutet, dass die Verarmungslänge beim RIE-Prozess unterhalb von 200 nm liegen kann. Abbildung 4.11 zeigt die REM-Aufnahme eines mittels RIE strukturierten Ringes an dem erfolgreich AB-Oszillationen gemessen werden konnten (vergleiche z. B. 6.3).

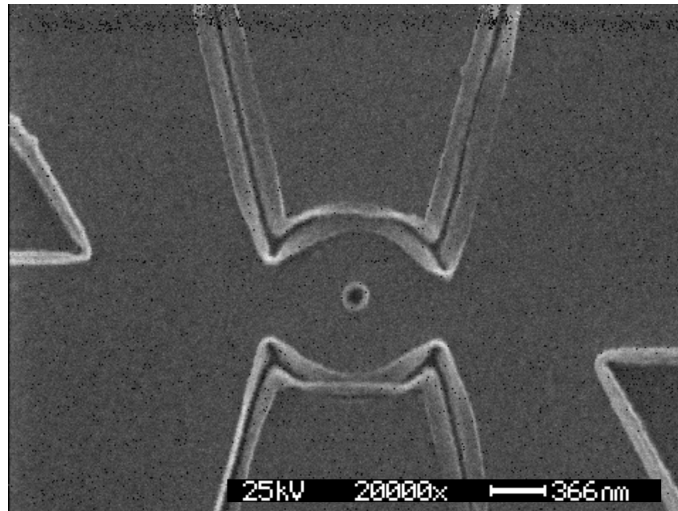


Abbildung 4.11: Mit Hilfe von reaktivem Ionenätzen (RIE) ist es gelungen funktionsfähige Ringe mit einer geometrischen Ringbreite von etwa 400 nm herzustellen. Einige der Messungen an diesem exemplarisch in der REM-Aufnahme abgebildeten Ringes werden in Abschnitt 6.1 vorgestellt (z. B. Abbildung 6.3). Im Zentrum der Aufnahme ist der Ring zu erkennen, dessen äußere Kontur durch zwei Kreisbögen festgelegt wird, während die innere Kontur einfach durch ein kleines Loch definiert ist. Die vier an die Bögen anschließenden Linien sind Teil einer Abtrennung, die das 2DEG in einen Bereich links und rechts des Ringes aufteilt. Diese beiden Bereiche werden durch herausgeätzte Flächen in je zwei weitere Teilbereiche (oben und unten) aufgeteilt. Die ringnahen Ausläufer dieser Flächen sind rechts und links am Bildrand zu erkennen. Auf diese Weise entstehen auf jeder Seite des Ringes zwei Anschlüsse, die bis hin zu den einlegierten Bond-Kontakten geführt sind und so die Vermessung der Ringe in Vierpunktgeometrie ermöglichen. Besonders auffällig sind in diesem Bild die hellen Säume entlang der Ätzflanken. Diese Ablagerungen bilden sich häufig beim RIE-Prozess, wenngleich sie meist weniger stark ausgeprägt sind als in dem gezeigten Beispiel (vergleiche Abbildung 6.1).

Obwohl mehrere funktionsfähige Ringe auf diese Weise hergestellt werden konnten, weist diese Ätzmethode einige beachtliche Nachteile auf. Es bilden sich beispielsweise häufig störende Randsäume entlang der Ätzkanten, deren chemische Zusammensetzung nicht genauer geklärt werden konnte. Laut einem Prozess-Datenblatt von Oxford [68] wird das SiCl_4 während des Ätzens in $n \cdot \text{Cl}$ und SiCl_{4-n} aufgespalten. Das Cl ätzt demnach das Halbleitermaterial, während das SiCl_x an den Ätzflanken angelagert wird und so eine laterale Ätzung unterbindet. Vermutlich sind also die Randsäume eine Folge der Anlagerung des SiCl_x an die Lackflanken, wo es mit dem Resist eine für Lösungsmittel unlösliche Verbindung eingeht.

Die Säume können vor allem das Aufbringen der Ferromagneten erschweren, da diese oben auf die nicht geätzte Fläche der Ringe platziert werden sollen (siehe unten in diesem Abschnitt). Als weiterer Nachteil stellte sich die immer noch relativ große und von den genauen Prozessparametern abhängige Verarmungslänge heraus. Eine geringe Ausbeute bei der Herstellung funktionsfähiger Ringe legt zudem den Schluss nahe, dass die Verarmungszone auch starken lokalen Schwankungen unterworfen ist. Beim RIE-Prozess wäre eine Verkleinerung der Verarmungslänge und

damit eventuell auch der Breite der Schwankung zu erwarten, wenn man mit sehr geringen Ätztiefen arbeitet [69]. Bei den verwendeten, sehr flachen 2DEGs genügt es meist einige wenige Nanometer von der Oberfläche abzutragen, um zu erreichen, dass das Elektronengas unmittelbar darunter an Elektronen verarmt. Auf diese Weise werden Verarmungslängen von deutlich unter 100 nm erreicht. Leider ist es bei der zur Verfügung stehenden RIE-Anlage nicht gelungen die erforderlichen geringen Ätztiefen reproduzierbar zu verwirklichen, so dass diese Methode nicht zum Einsatz kommen konnte. Eine weitere naheliegende Methode für die Strukturierung sehr schmaler leitender Kanäle in GaAs/AlGaAs 2DEGs, speziell in sehr flachen Elektronengasen, bietet die Methode der lokalen anodischen Oxidation (LAO) [70, 71] in der Umgebung einer AFM-Spitze. Diese Methode würde außerdem den Vorteil bieten, dass sie von E. Reinwald im Rahmen einer Kooperation mit der Arbeitsgruppe, in der auch die vorliegende Arbeit entstanden ist, bereits erfolgreich eingesetzt wurde [72]. Zwar ist es mit LAO möglich, sehr kleine AB-Ringe herzustellen [73], da eine laterale Verarmungslänge von weniger als 50 nm erreicht wird, aber der geringe Kontrast der Ringstruktur im REM würde den Repositionierungsschritt beim Aufbringen des Ferromagneten (siehe unten in diesem Abschnitt) deutlich erschweren. Außerdem ist eine Ansteuerung des AFM für die Herstellung von Ringstrukturen am vorhandenen Aufbau noch nicht realisiert, so dass dieses ohnehin sehr zeitaufwändige Verfahren für die Strukturen dieser Arbeit nicht weiter in Betracht gezogen wurde.

Tempern der PMMA-Schichten

Stattdessen wurde das nass-chemische Ätzen der Ringe weiterverfolgt, da aus der Literatur [74] und infolge eigener Tests bekannt war, dass sich mit dieser Methode funktionsfähige GaAs/AlGaAs-Ringe mit geometrischen Breiten von weniger als 200 nm herstellen lassen sollten. Die Verarmungslänge bei dieser sehr schonenden Ätzmethode liegt demnach unterhalb von 100 nm und sollte eine deutliche Verbesserung gegenüber dem RIE-Prozess darstellen (vergleiche auch Abschnitt 6.2 und [75]). Da die Strukturübertragung beim chemischen Ätzen nahezu isotrop ist und keine senkrechten Ätzflanken erzeugt werden, ist die geometrische Breite (gemessen in der Ebene des 2DEG) neben den Abmessungen der entwickelten Lackstruktur auch von der Ätzdauer bzw. der Ätztiefe abhängig. Diese ist jedoch für die verwendeten Schwefelsäureätze ($H_2O : H_2O_2 : H_2SO_4 = 1000 : 8 : 1$) bei einer stabilen Ätzrate von etwa 60 nm/min gut reproduzierbar. Dennoch mussten auch für dieses prinzipiell sehr einfache Verfahren einige Hürden überwunden werden, die vor allem auf die für nass-chemisches Ätzen sehr kleinen Strukturabmessungen zurückzuführen sind. So musste auf eine im Vergleich zum RIE-Prozess deutlich reduzierte Lackdicke von etwa 100 nm zurückgegriffen werden. Andernfalls entstehen an den Lackkanten beim Eintauchen der Probe in die Ätzlösung Luftbläschen, die ein Angreifen der Ätzlösung unterbinden. Zudem stellte sich heraus, dass die Lackmaske teilweise sehr stark unterätzt wurde (siehe Abbildung 4.12 links und rechts oben).

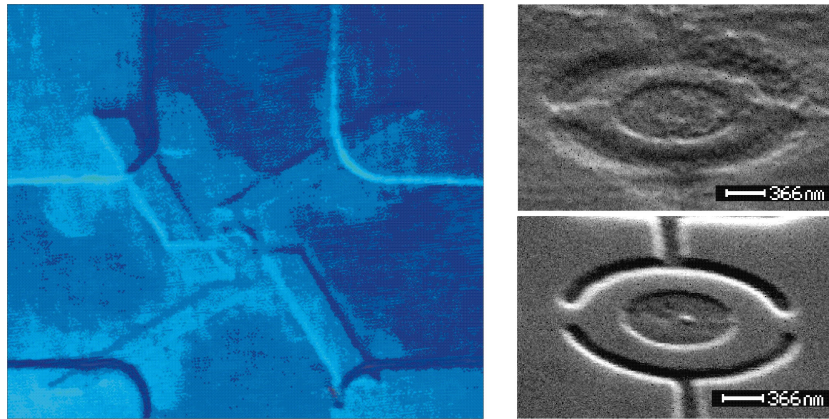


Abbildung 4.12: Beim nass-chemischen Ätzen der Ringe wurden zunächst die Lackstrukturen an vielen Stellen stark unterätzt. Der Grund dafür war eine nicht ausreichende Haftung der Lackschicht auf dem Substrat. Im linken Teilbild ist ein Ring und seine Anschlussgeometrie auf einer kreuzförmigen Mesa von $10\,\mu\text{m}$ Kanalbreite mit starken Unterätzungen in einer Lichtmikroskop-Aufnahme dargestellt. Diese wurde im Differential- Interference-Contrast-Modus (DIC) aufgenommen, so dass die Höhenunterschiede auf der Probe durch einen Farbkontrast visualisiert werden. In den helleren Flecken entlang der geätzten Strukturen, ist die Heterostruktur so weit angeätzt, dass das Elektronengas darunter vollständig verarmt ist. Aus diesem Grund ist durch diese Struktur kein Ladungstransport mehr möglich. Anhand der REM-Aufnahme des zentralen Bereichs einer Ringstruktur im Teilbild rechts oben kann man erkennen, wie gravierend sich diese Unterätzungen auswirken können. Das Bild rechts unten zeigt zum Vergleich eine nicht geschädigte Struktur, die mit einer vor dem Belichten getemperten Lackschicht hergestellt wurde. Der Tempersschritt verbessert offenbar die Haftung des PMMA auf dem Substrat, so dass ein Unterätzen der entwickelten Lackstrukturen unterbunden wird.

Der Grund dafür ist eine nicht ausreichende Haftung der Lackschicht auf dem Substrat. Die Gründe dafür liegen sowohl in Verspannungen des PMMA nach dem Aufschleudern, als auch in einem dünnen Wasserfilm, der sich vor dem Aufschleudern auf der Probe bildet. Dies führt dazu, dass sich der Lack nach dem Entwickeln an manchen Stellen vom Substrat etwas abhebt, so dass die Ätzlösung dort in den dünnen Spalt zwischen Lackmaske und Substrat eindringen kann und dort unbeabsichtigt Material abgetragen wird. Es stellte sich heraus, dass es möglich ist, in der noch nicht belichteten Lackschicht mit einem Temperprozess von $1\,\text{h} - 2\,\text{h}$ Dauer bei ca. 200°C sowohl die Verspannungen abzubauen als auch den Wasserfilm durch die Lackschicht „abzudampfen“. Bei diesen Temperaturen ist das PMMA so dünnflüssig, dass die Wassermoleküle durch den Lack an die Probenoberfläche diffundieren können. Da gleichzeitig die Verspannungen in der Resistschicht abgebaut werden, reicht die Haftung des PMMA auf dem Substrat aus, um die Strukturen mittels nass-chemischem Ätzen ohne störende Unterätzungen auf das Substrat übertragen zu können (siehe Abbildung 4.12 rechts unten und Abbildung 6.10 in Abschnitt 6.2).

Aufbringen der Ringmagneten

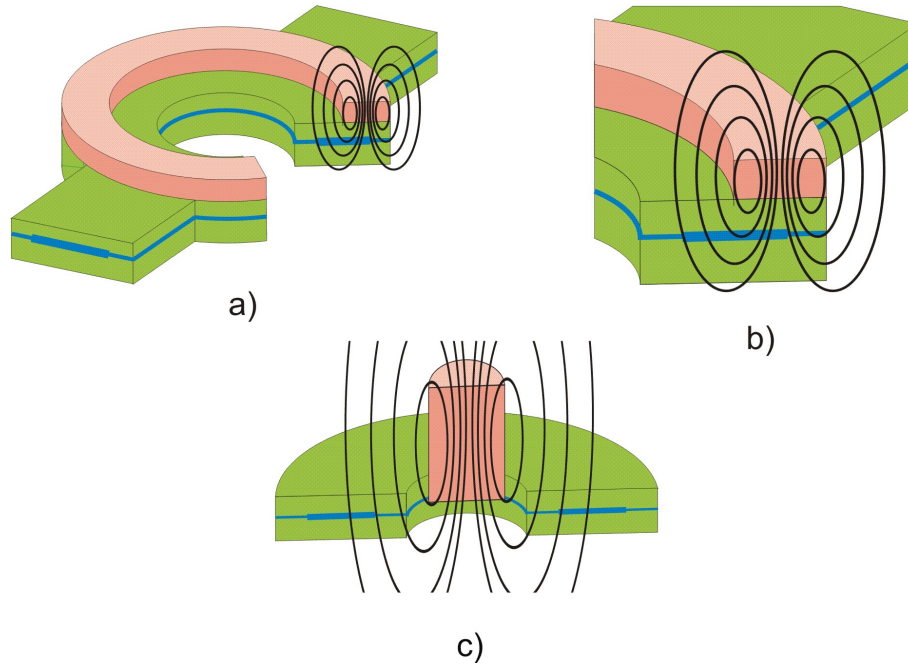


Abbildung 4.13: Zur Erzeugung der inhomogenen Magnetfelder mit radialer Symmetrie in der Ringebene wurde in dieser Arbeit ein neuer Ansatz verfolgt. Ein richtig dimensionierter Ringmagnet, der direkt auf dem AB-Ring positioniert wird, erzeugt in Sättigung senkrecht zur Sensorebene ein Streufeld, das vor allem im relevanten Bereich des Halbleiterringes eine ausgeprägte radiale Komponente aufweist. Teilbild a) zeigt schematisch die entsprechende räumliche Anordnung von AB-Ring und Ferromagnet, wobei im Querschnitt der Verlauf der Feldlinien angedeutet ist. Dieser Bereich ist in Teilbild b) vergrößert dargestellt, man erkennt deutlich, dass im nicht verarmten Bereich des DEGs (dicke blaue Linie) die Feldlinien eine deutliche radiale in-plane-Komponente aufweisen. Auf diese Weise wird in der Überlagerung mit dem externen homogenen Magnetfeld entlang der Ringachse ein inhomogenes Feld erzeugt, dass nach der in Abbildung 3.10 eingeführten Nomenklatur „crown-like“ bezeichnet wird. Ein Vergleich mit der Situation für einen zentralen Mikromagneten (Teilbild c)) macht deutlich, dass der Feldverlauf hinsichtlich der radialen Komponente innerhalb des Transportkanals des Halbleiterringes dort deutlich ungünstiger ist.

Bisher wurde noch nicht genauer erörtert auf welche Weise die inhomogenen Magnetfelder mit radialer Symmetrie in der Ringebene erzeugt werden können (vergleiche dazu Abschnitt 3.4 und Abbildung 3.10). Während bisherige Experimente auf ein effektives Magnetfeld [57], das infolge der Spin-Bahnkopplung auftritt oder auf das Streufeld eines zentralen Mikromagneten [58] zurückgreifen, wurde in dieser Arbeit ein neuer Ansatz verfolgt. Das Streufeld soll durch einen Ringmagneten hervorgerufen werden, der auf dem AB-Ring positioniert wird. Einerseits handelt es sich wie beim zentralen Mikromagneten um ein „echtes“ Magnetfeld, andererseits konnte in einer Simulation gezeigt werden, dass das Streufeld in der gewählten Geometrie deutlich günstiger verläuft, weil die benötigte radiale Komponente im relevanten Bereich des AB-Ringes in der veränderten Geometrie deutlich stärker ausgeprägt ist (vergleiche dazu Abbildung 4.13 und Abschnitt 3.4).

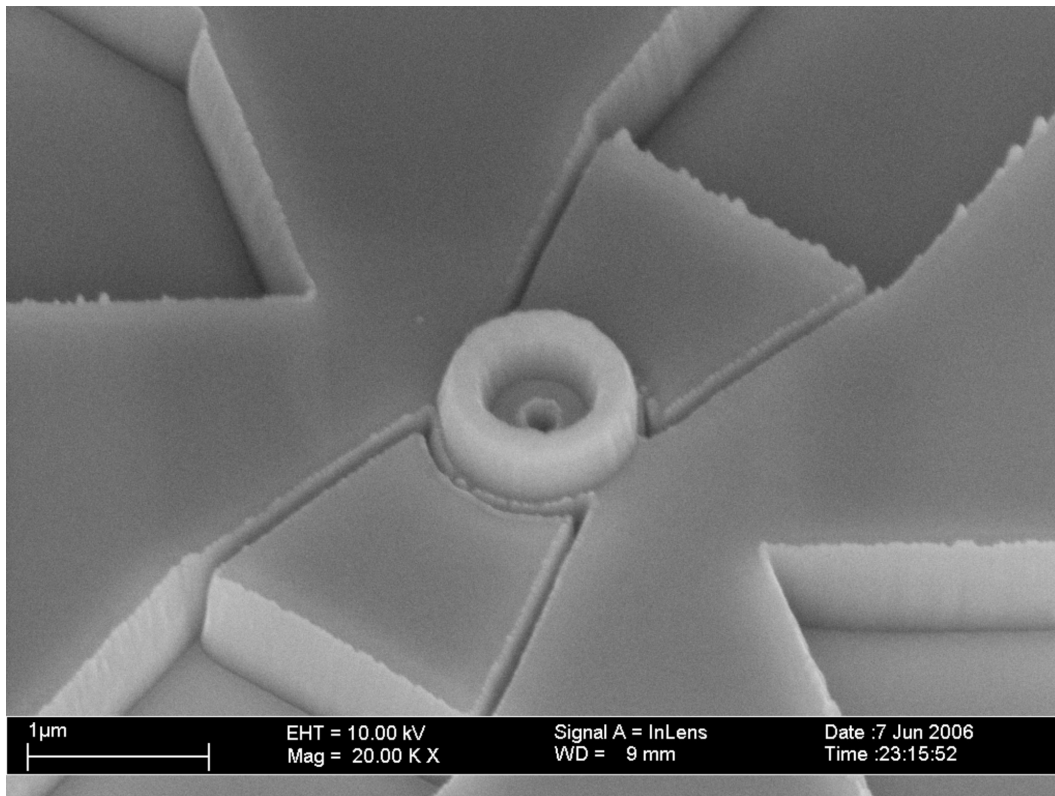


Abbildung 4.14: Die Herstellung der AB-Ringe mit den aufgesetzten ferromagnetischen Ringen stellte sich als sehr anspruchsvoll heraus. Dennoch ist es gelungen für die vorliegende Arbeit sehr schöne dieser Strukturen realisieren. Die genaue Positionierung der Ferromagneten ist dabei wohl der kritischste Schritt. Beachtenswert in der Abbildung ist auch das große Aspektverhältnis des aufgesetzten Ringes und dessen nahezu senkrechte Flanken. Ein Ring mit vergleichbaren Abmessungen wäre im Lift-off-Verfahren nicht zu realisieren, deshalb wurde auf die Methode der elektrolytischen Abscheidung zurückgegriffen.

Es stellt sich jedoch heraus, dass die Herstellung der Proben durch die spezielle Form des Ferromagneten deutlich anspruchsvoller wird. Die Vorteile dieser Geometrie kommen nämlich nur dann zum tragen, wenn sowohl die Abmessungen des ferromagnetischen Ringes sowie dessen Position innerhalb sehr enger Grenzen eingehalten werden. Dass dies mit den Mitteln, die in dieser Arbeit zur Verfügung standen möglich ist, zeigt Abbildung 4.14.

Zum Aufbringen des Ferromagneten wurde die Methode der elektrolytischen Abscheidung verwendet, da die Ringe auf diese Weise mit einem großen Aspektverhältnis hergestellt werden können. Dieses ist notwendig, weil der Ring dann aufgrund der Formanisotropie leichter senkrecht zu magnetisieren ist und das in Abbildung 4.13 skizzierte Streufeld erzeugt. Der remanente Zustand ist für flache Ringe entweder eine Magnetisierungskonfiguration mit Ringschluss in der Ringebene oder der so genannte *onion-state*, bei dem die Magnetisierung ebenfalls überwiegend in der Ringebene liegt (vergleiche dazu Abschnitt 5.2.2). Beide Zustände bieten kein Streu-

feld mit geeigneter radialer Komponente. Nur in der Ringschluss-Konfiguration und durch das Anlegen eines externen Magnetfeldes senkrecht zur Ringebene wird das gewünschte radiale Streufeld durch den Ferromagneten hervorgerufen. Da Permalloy einerseits günstige magnetische Eigenschaften aufweist (hohe Sättigungsmagnetisierung und sehr weichmagnetisch) und für die elektrolytische Abscheidung dieses Materials bereits Erfahrungen in der Arbeitsgruppe vorhanden waren [64], fiel die Entscheidung auf diese Nickel-Eisenlegierung für die ferromagnetischen Ringe.

Belichtungsstrategien

Aufgrund der hohen Anforderungen an die Proben und der aufwändigen Prozessierung wurde eine Strategie bei der Herstellung der Strukturen angewendet, die es erlaubt mit geringem Mehraufwand die Ausbeute deutlich zu steigern. Die Idee soll im Folgenden anhand der bereits in Abschnitt 4.2 vorgestellten Multihallbar-Mesastrukturen erklärt werden.

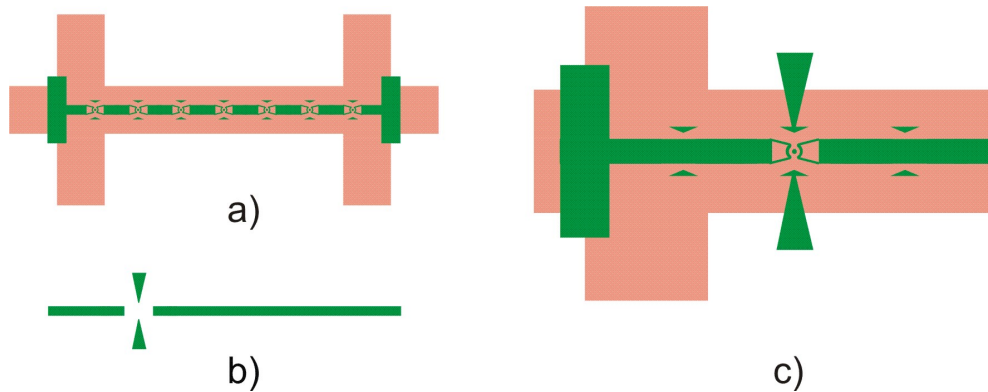


Abbildung 4.15: Um die Ausbeute an funktionsfähigen Ringen mit richtig positionierten Ferromagneten zu erhöhen, wurde eine ungewöhnliche Strategie verfolgt. Diese wird hier am Beispiel der in Abbildung 4.6 vorgestellten Multihallbar erklärt. Teilbild a) zeigt wie entlang des Verbindungsstückes zwischen zwei Kreuzungen der Multihallbar (rosa) eine Reihe aus sieben zunächst parallel geschalteten Ringstrukturen (grün) geätzt wird. Außerdem wird in diesem ESL-Schritt der Strompfad der Multihallbar so abgetrennt, dass nur jeweils zwei Kontaktpads oberhalb und unterhalb der Ringe eine leitende Verbindung zu den Ringen haben. Auf jedem der sieben Ringe kann dann versucht werden einen Ferromagneten so genau wie möglich zu platzieren. Für jede der einzelnen Ringstrukturen gibt es eine eigene „Auswahlstruktur“, mit der in einem weiteren ESL/Ätzschritt genau diese an die vier Kontakte angeschlossen wird, während die übrigen Ringe zerstört werden. Auf diese Weise ist es möglich nach einer Kontrolle im REM diejenige Struktur für eine Vierpunktmessung auszuwählen, die am ehesten den gewünschten Anforderungen gerecht wird. Die Abbildung zeigt am Beispiel der Auswahlstruktur (Teilbild b)) für den zweiten Ring von links wie diese bezüglich der Multihallbar und den übrigen Ringen platziert wird (Teilbild c)).

Entlang des Verbindungsstückes zwischen zwei Kreuzungen der Multihallbar wird zunächst eine Struktur herausgeätzt, wie dies in der Abbildung 4.15, Teilbild a) grün dargestellt ist. Die Struktur definiert sieben Ringstrukturen die vorerst noch parallel geschaltet sind. Nach dem Aufbringen des Gates wird dann versucht auf

jedem der sieben Halbleiterringe einen Ferromagneten so präzise wie möglich abzuschneiden. Im REM wird dann kontrolliert welcher der Permalloy-Ringe am ehesten den gewünschten Anforderungen gerecht wird. Für jede der sieben Teilstrukturen wurde eine Auswahlstruktur erstellt (im Beispiel der Abbildung ist links unten die Auswahlstruktur für den zweiten Ring von links dargestellt), mit der es möglich ist, in einem weiteren Ätzschritt die übrigen Halbleiterringe abzutrennen und nur die gewünschte Struktur an die vier Kontakte anzuschließen (siehe Abbildung 4.15, Teilbild c)). Auf diese Weise ist es möglich mit dem verhältnismäßig geringen Platzbedarf der Multihallbar-Maske 14 Versuche für die Platzierung des Magneten zu realisieren und die beiden besten so anzuschließen, dass die Halbleiterringe in Vierpunktmessung vermessen werden können. Vor allem der hohe Platzbedarf für ausreichend große Bondpads wird durch das nachträgliche Anschließen der AB-Ringe im Vergleich zu Einzelringen mit jeweils mindestens vier Kontakten deutlich reduziert. Außerdem konnten so die für verschiedene Heterostrukturen bereits vorhandenen Mesas effektiv für die Experimente zur Berry-Phase eingesetzt werden. Für die Verwendung nicht vorstrukturierter Halbleitermaterialien bot sich eine veränderte Mesa-Struktur an, die hinsichtlich der nachträglichen Strukturauswahl optimiert ist, da dies bei der Multihallbar-Mesa natürlich nicht der Fall ist. Hier wurde wiederum ein ungewöhnlicher Weg eingeschlagen: anstatt eine neue Maske für diese Anforderungen zu entwerfen, wurde die gesamte Strukturierung auf ESL umgestellt. Dazu wurde eine Methode entwickelt mit der es möglich ist, diese Aufgabe bequem und mit relativ geringem Aufwand durchzuführen.

Die Herausforderung liegt darin, innerhalb einer Struktur einerseits sehr kleine (einige zehn Nanometer) und Dosis-kritische Strukturdetails und andererseits bis zu mehrere Millimetern große, Schreibzeit-intensive Elemente in einem Belichtungsschritt zu realisieren. Da die kleinen Details nur mit Schreibfeldgrößen von nicht mehr als etwa $30\text{ }\mu\text{m}$ bis $50\text{ }\mu\text{m}$ Seitenlänge zu erreichen sind, muss während der Belichtung die Schreibfeldgröße (entspricht der Vergrößerung am REM) umgestellt werden. Um die Schreibzeit für die großen Strukturelemente zu reduzieren, bietet sich an, bei dieser Umstellung auch den Strahlstrom zu erhöhen und mit größerem Pixelspacing zu belichten. Diese Vorgehensweise erfordert entsprechend ein Strukturdesign aus ineinander geschachtelten Teilstrukturen mit unterschiedlichen Schreibfeldgrößen und unabhängig davon einstellbaren Belichtungsparametern.

Das Ergebnis dieser Überlegungen ist anhand der in Abbildung 4.3 im Layout-Editor geöffneten Struktur dargestellt. Zunächst wird in einem ersten Schritt der filigrane Teil der Mesa belichtet (rot im Bild, siehe auch Abbildung 4.4), der meist mit einem Strahlstrom von etwa 10 pA geschrieben wurde, weshalb ein Pixelspacing von 3 nm kein Problem darstellt. (Das minimal mögliche Pixelspacing ist ja unter anderem durch die kürzest mögliche Verweildauer des Strahls an einem Punkt bestimmt.) Dieser Teil der Struktur stellt wieder sieben AB-Ringe zum nachträglichen Auswählen der am besten geeigneten Struktur zur Verfügung. Ohne die Tischposition des REMs zu verändern wird dann der Strahlstrom auf bis zu 2000 pA erhöht und der grobe Teil der Mesa (grün) belichtet. Die Erhöhung des Stromes

bringt eine leichte Defokussierung des Strahls mit sich, so dass bei einem Pixelspacing von 50 nm immer noch eine gleichmäßige Belichtung der Flächen erreicht wird. Nach dem Ätzen der Mesa werden die Pads für die Metallisierung zum Einlegieren der ohmschen Kontakte belichtet (beige, mit kammartigem Rand zur Verlängerung der Kontaktlinie). Dieser und alle folgenden ESL-Schritte werden jeweils entsprechend der erforderlichen Genauigkeit an der geätzten Mesa-Struktur repositioniert. Nach dem Einlegieren kann in einem weiteren ESL/Lift-Off-Schritt die dünne Gate-Metallisierung (hellblau) flächig über dem zentralen Bereich der Mesa aufgebracht werden. Im nächsten Schritt werden die violett dargestellten Metallisierungen zum Bonden sowohl über die einlegierten Kontakte als auch für die Gate-Kontakte (oben und unten an der Struktur) belichtet. Diese müssen dick genug aufgedampft werden, damit sie zuverlässig den elektrischen Kontakt über die Mesa-Gräben hinweg zum Gate herstellen können.

Bis auf den präzisen Teil der Mesa können alle bisherigen ESL-Schritte mit hohen Strahlströmen und großem Pixelspacing geschrieben werden, da hier die Anforderungen an die Genauigkeit der Strukturgeometrie verhältnismäßig gering sind. Obwohl der Zeitaufwand bei der ESL proportional zur belichteten Fläche steigt (die gesamte Struktur misst etwa $400\text{ }\mu\text{m} \times 400\text{ }\mu\text{m}$) werden dadurch durchaus akzeptable Schreibzeiten erreicht. So beträgt beispielsweise die Belichtungsdauer für die gesamte violette Metallisierung bei 2000 pA nur $1\text{ min} : 15\text{ sec}$. Nach dem elektrolytischen Abscheiden der Ferromagneten auf den verschiedenen Halbleitern wird schließlich nach einem letzten ESL-Schritt, bei dem eine entsprechende Variante der Auswahlstruktur (blau in Abbildung 4.4) geschrieben wird, die Auswahl des bevorzugten Ringes mittels Ionenstrahlätzen vorgenommen.

Abbildung 4.16 zeigt die REM-Aufnahme einer auf diese Weise hergestellten Struktur. Am unteren und oberen Bildrand erkennt man zwei weitere Strukturen einer Serie von gleichartigen Strukturen die spaltenweise übereinander auf dem Waferstück angeordnet wurden. Bis auf die sehr dünne Gate-Metallisierung, die elektrolytisch abgeschiedenen Ringe und die Ätzstruktur zur Auswahl des relevanten Ringes (siehe dazu Detailaufnahmen in den Abbildungen 4.17 und 4.18) sind alle beschriebenen Strukturierungsschritte in der Aufnahme gut zu erkennen.

Versatzkorrektur

Bei der Methode die Strukturen in mehrere Schritte mit unterschiedlichen Schreibfeldgrößen aufzuteilen, tritt eine zusätzliche Schwierigkeit auf. Es ergibt sich ein Versatz zwischen den Teilstrukturen, der einerseits vom verwendeten REM und verschiedenen aktuellen Geräteparametern (Blendenjustierung, Arbeitsabstand, Beschleunigungsspannung, ...) abhängt, andererseits aber auch durch den Größenunterschied der beiden Schreibfelder bestimmt wird. Es stellte sich jedoch heraus, dass dieser Versatz, bei dem es sich sowohl um eine Verdrehung als auch um eine Verschiebung handelt, gut reproduzierbar ist, wenn man die erwähnten Parameter weitgehend unverändert lässt. Deshalb ist es bereits im Editor möglich durch ge-

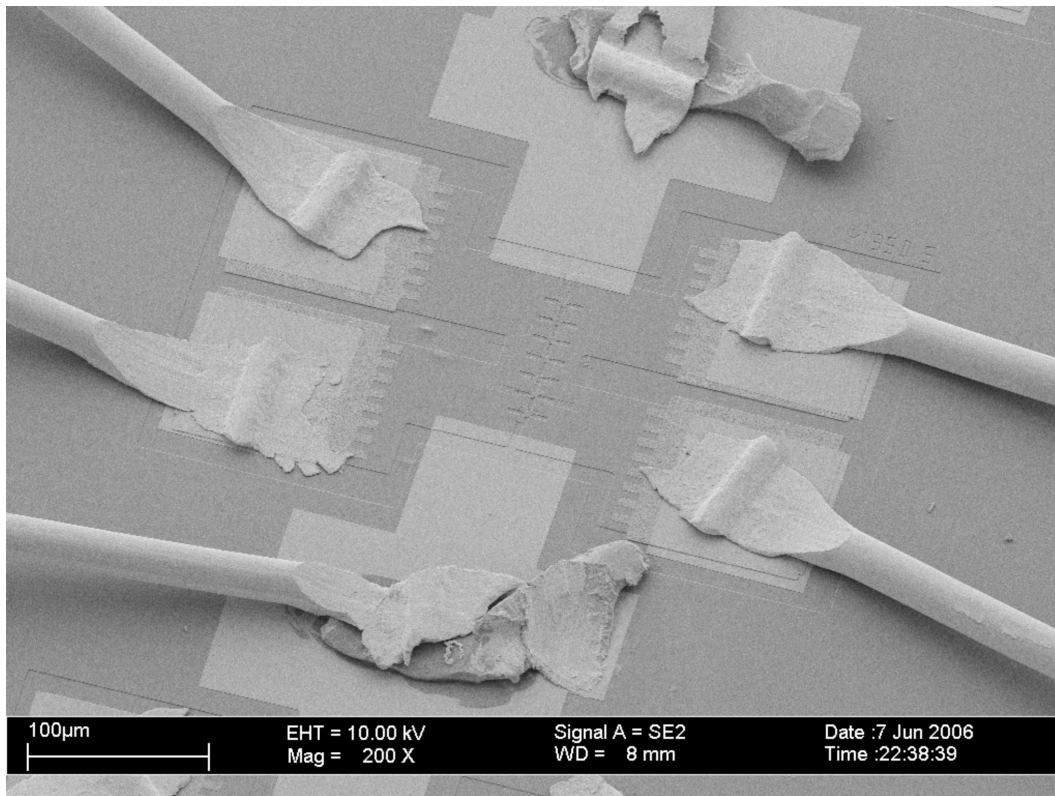


Abbildung 4.16: Wenn bei der Herstellung der Strukturen nicht auf vorstrukturierte Multihallbars zurückgegriffen werden konnte, kam eine veränderte Mesa-Struktur zum Einsatz, die es erlaubt, die Strukturierung ohne den Einsatz einer optischen Maske durchzuführen. Eine Abfolge mehrerer ESL-Schritte führt so zu einer Struktur wie sie im abgebildeten REM-Bild zu sehen ist (vergleiche dazu auch Abbildung 4.3). Die einzelnen Schritte sind im Text genauer erklärt. In der Abbildung ist gut zu erkennen, dass die Gate-Kontakte für die Messung bereits das zweite mal gebondet wurden, da die abgerissenen Enden der Bondedrähte für die ersten Bonds zur elektrolytischen Abscheidung auf den Pads zurückgeblieben sind. Außerdem erkennt man am oberen und unteren Bildrand, dass mehrere dieser Strukturen mit leicht überlappenden Gate-Pads angeordnet wurden. Jede einzelne Struktur stellt wieder sieben zunächst parallel geschaltete Ringe zur nachträglichen Auswahl zur Verfügung (siehe Abbildung 4.17).

zieltes Verschieben und Verdrehen der Teilstrukturen diesen Versatz ausreichend zu kompensieren. Aus diesem Grund sind im Strukturdesign der Abbildung 4.4 die roten Elemente aus ihrer symmetrischen Lage bezüglich der grünen Teilstruktur nach links unten verschoben. Das REM-Bild in Abbildung 4.17 zeigt ein Beispiel, bei dem der Versatz nicht vollständig korrigiert wurde, so dass die beiden Teilstrukturen der Mesa (rot bzw. grün eingefärbt) gerade noch genügend weit überlappen. Da die blau eingefärbte Auswahl-Struktur sowohl mit dem grünen Teil als auch mit dem roten der Mesa überlappen muss, jedoch nur an der roten Struktur repositioniert wird, ist es notwendig die Form der blauen Auswahl-Strukturen so anzupassen, dass die Verbindung zum grünen Teil der Mesa gewährleistet ist.

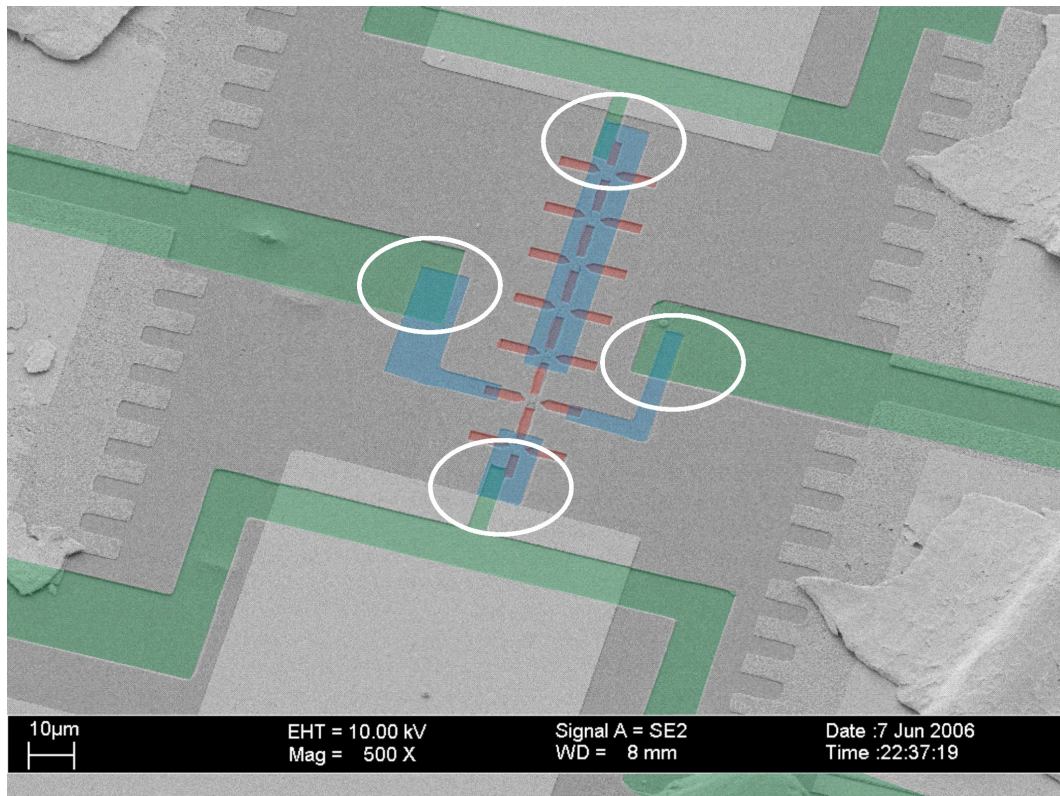


Abbildung 4.17: Das Bild zeigt den zentralen Bereich der Struktur aus Abbildung 4.16 bei höherer Vergrößerung. Man erkennt in der Bildmitte die blau eingefärbte Auswahlstruktur für den zweiten Ring von unten (zum Vergleich: Das Analogon zur Abtrennung der fünften Struktur von unten ist in Abbildung 4.4 ebenfalls blau dargestellt). Außerdem kann man in der Aufnahme in den mit weißen Ringen markierten Bereichen eine Verschiebung des inneren Teils der Mesa gegen den äußeren Teil erkennen (rot bzw. grün eingefärbt). Dies zeigt dass die Fehler, die beim Ändern der Vergrößerung während der Lithographie entstehen, durch einen zu kleinen Versatz im Strukturdesign nicht vollständig kompensiert wurden (Vergleiche dazu die Lage der beiden Teile der Mesa in Abbildung 4.4 und den Text in diesem Abschnitt 4.3). Die folgende Abbildung 4.18 zeigt einen Zoom in den zentralen Bereich dieser Aufnahme.

4.4 Messmethode und Messtechnik

Bei den Magnetotransportmessungen wurde auf verschiedene Methoden und Techniken zurückgegriffen, die mittlerweile wohl zu Standardverfahren bei Tieftemperatur-Transportmessungen gehören. An dieser Stelle wird nun kurz auf die wichtigsten messtechnischen Aspekte der Experimente eingegangen. Sowohl bei der Mikro-Hall-Magnetometrie als auch bei den Untersuchungen an den Ringstrukturen wurden Magneto-Widerstandseffekte bei tiefen Temperaturen vermessen. In einem geeigneten Kryostaten (^4He -, ^3He - oder Mischkryostat) wird den Proben dazu ein konstanter Strom aufgeprägt und ein resultierender Spannungsabfall (Längs- oder Hallspannung) in Abhängigkeit eines veränderlichen externen Magnetfeldes aufgezeichnet. Die Potenzialsonden für den Spannungsabgriff sind für diese Vierpunktmessung

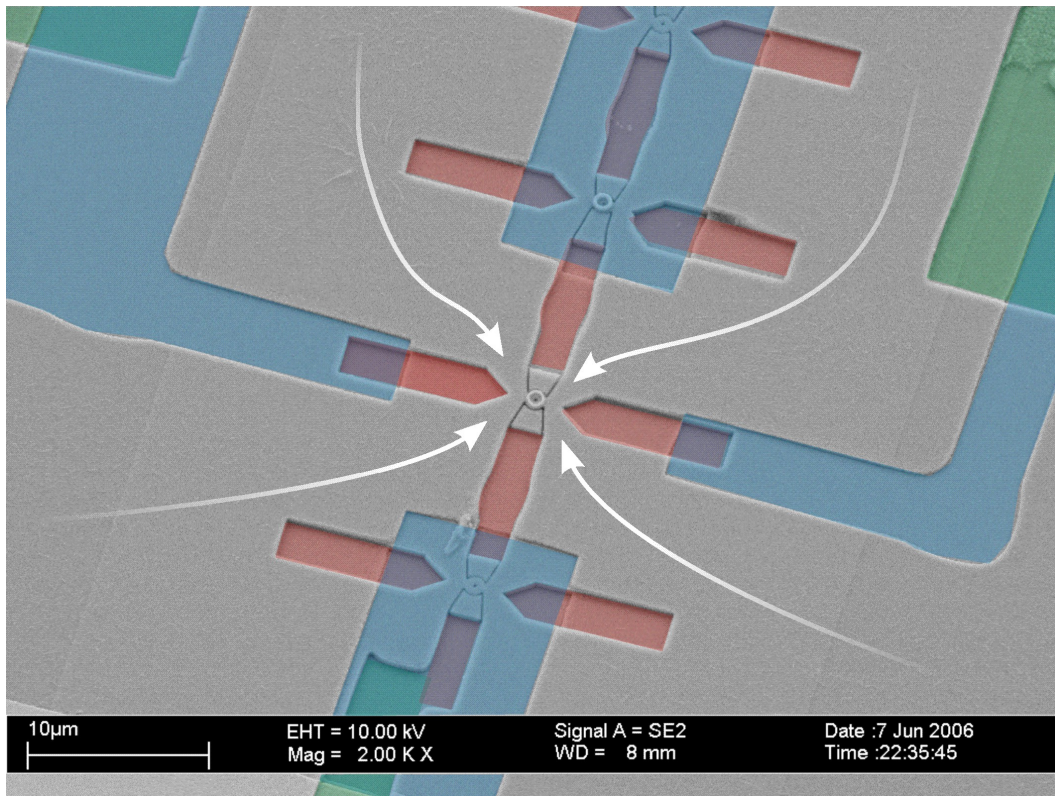


Abbildung 4.18: Ein weiterer Zoom in die Abbildung 4.17 zeigt, wie durch die geätzte Abtrennung die Ringstruktur mit aufgesetztem Ferromagneten (im Bildzentrum) zur Vierpunktmessung bereitgestellt wird (weiße Pfeile). Die übrigen Ringe sind unterhalb der blau eingefärbten Auswahlstruktur soweit abgeätzt, dass durch diese kein Ladungstransport mehr möglich ist. Überdies kann man in dieser Aufnahme das Goldgate als einen Streifen mit schwachem Kontrast von etwa dreiviertel der Bildbreite, schräg von rechts oben nach links unten erkennen.

bereits durch die Strukturierung so angeordnet, dass unmittelbar der Widerstand der Bauelemente bestimmt werden kann. Die verschiedenen Parameter (Temperatur, Messstrom, Magnetfeldbereich) wurden der jeweiligen Messaufgabe angepasst. So wurden beispielsweise Probenströme von nur 300 pA für die AB-Ringe im Mischkryostaten bis zu einigen $10\text{ }\mu\text{A}$ bei den Messungen zur Mikro-Hall-Magnetometrie verwendet, die bei Temperaturen bis zu 250 K durchgeführt wurden. Entsprechend unterschiedlich gestaltete sich auch der erforderliche Aufwand für die Durchführung der Messungen.

Die zu messenden Spannungen wurden jeweils mit Lock-in-Technik detektiert. Bei dieser Messmethode wird ein günstiges Signal-zu-Rausch-Verhältnis erreicht, indem man den aufgeprägten Messstrom mit einem in Frequenz und Phase bekannten Referenzsignal moduliert. Dies ermöglicht es aus dem Messsignal Gleichspannungen und Wechselspannungen anderer Frequenz (Rauschen) effektiv herauszufiltern. Um niederfrequente Einstrahlungen jedoch von vornherein möglichst gering zu halten, muss bei der Erdung der einzelnen Komponenten des Messaufbaus insbesondere

die Bildung von Masseschleifen vermieden werden. Zur Abschirmung hochfrequenter Störungen, die vor allem bei Messungen im Millikelvin-Bereich zu einer Erhöhung der Elektronentemperatur führen, werden bei sehr empfindlichen Messungen alle Messleitungen, die in den Kryostaten hineinführen mit Hochfrequenz- π -Filtern ausgestattet.

Für die Messungen wurden unterschiedliche Kryostat-Systeme eingesetzt, die neben der Kühlung der Proben auch die Magnetfelder für die Transportmessungen mit Hilfe supraleitender Spulen zur Verfügung stellen. Die Messungen bei Temperaturen bis herab zu etwa $1,4\text{ K}$ wurden in einem ^4He -Kryostaten der Firma Oxford (10 T/12 T) durchgeführt. Durch Erniedrigung des Dampfdruckes über einem ^4He -Bad können diese Temperaturen erzielt werden. Benötigt man niedrigere Temperaturen, so kann mit Hilfe eines speziellen Probenstabes für den ^4He -Kryostaten die gleiche Technik für ein ^3He -Bad angewendet werden. Bei diesem He -Isotop lassen sich mit Dampfdruckerniedrigung Temperaturen bis etwa 300 mK erreichen. Der ^4He -Kryostat dient in diesem Fall zum Einkondensieren des gasförmigen ^3He bevor die Messung gestartet wird. In einem Top-Loading-Mischkryostaten (Oxford) wurden für diese Arbeit Messungen bis hinab zu 100 mK durchgeführt. Für die erforderliche Kühlleistung sorgt der diffusive Eintritt von ^3He aus einer konzentrierten Phase in eine Mischphase von ^3He und ^4He . Prinzipiell ist das verwendete System in der Lage, Temperaturen bis hinunter zu ca. 15 mK und Magnetfelder bis zu 19 T zu erzeugen.

Kapitel 5

Untersuchungen zur Mikro-Hall-Magnetometrie

Wie in Abschnitt 3.2.3 erwähnt, liefern die Hallkreuze bei der Mikro-Hall-Magnetometrie einerseits (der Bezeichnung als Messsonde für Magnetfelder entsprechend) Erkenntnisse über das Ummagnetisierungsverhalten von kleinen magnetischen Partikeln. Andererseits können durch die Verwendung von Partikeln mit wohlbekanntem Magnetisierungsverhalten auch interessante Erkenntnisse über die Funktionsweise und die Eigenschaften des Sensors gewonnen werden. Während im zweiten Abschnitt dieses Kapitels die Ergebnisse, die durch den Einsatz der Mikro-Hallsonden als Magnetometer erzielt wurden, im Vordergrund stehen, beschäftigt sich der erste Abschnitt überwiegend mit den Erkenntnissen die über die Eigenschaften und Funktionsweise der Sonden erzielt wurden.

In diesem Kapitel werden verschiedene Messkurven vorgestellt, zu deren Entstehung einige Anmerkungen angebracht scheinen. Die Kurven werden aus den gemessenen Rohdaten gewonnen, die zunächst noch eine Reihe von messtechnisch bedingten Störungen aufweisen. Da die Auswirkungen dieser Störungen auf die aufgezeichneten Daten bekannt sind, können sie nach der Messung aus den Messdaten herausgerechnet werden, so dass die Messgraphen in der hier präsentierten Form entstehen. Im einzelnen werden folgende Einflüsse korrigiert (Details dazu finden sich beispielsweise in [62] und [66]):

- Es ergibt sich ein Magnetfeld-Versatz zwischen Up- und Down-Sweep aufgrund der Hysterese der Magnetspulen sowie einer Verzögerung zwischen Messwertaufzeichnung und dem angelegten Magnetfeld. Diese Verzögerung ist durch die endliche Sweep-Geschwindigkeit und die Integrationszeit des Lock-in-Verstärkers bestimmt.
- Bei der Ummagnetisierung senkrecht zur Sensorfläche ist das externe Magnetfeld der Spulen dem Streufeld des Nanomagnetten überlagert und verursacht einen zum Magnetfeld direkt proportionalen Beitrag zur Hallspannung, der anschließend subtrahiert werden muss. In der Praxis ist diese Korrektur in

geringem Maße häufig auch bei Messungen erforderlich, bei denen das externe Feld in der Sensorebene anliegt, da eine exakt parallele Ausrichtung des Sensors im Magnetfeld meist nicht gegeben ist. Die Steigung der Korrekturgeraden lässt sich jeweils einfach aus der Steigung der Rohdaten im Bereich der Sättigung des Nanomagneteten bestimmen. Im senkrechten Feld kann diese Steigung auch als Eichkurve bei der Umrechnung des Hallsignals in mittlere Streufeldstärken durch die aktive Fläche herangezogen werden.

- Geringe Abweichungen in der exakten Kreuzgeometrie verursachen einen Offset in der Hallspannung, so dass die Spannungswerte für beide Sättigungszustände meist nicht symmetrisch um Null liegen. Da jedoch das Streufeld des in entgegengesetzte Richtungen gesättigten Nanomagneteten sich nur im Vorzeichen nicht jedoch im Betrag unterscheiden kann, lässt sich dieser Offset leicht korrigieren.

5.1 Messungen zur Funktionsweise der Sonden

Bei der Mikro-Hall-Magnetometrie stellt sich im Zusammenhang mit den Sondereigenschaften immer wieder eine zentrale Frage: Wie kann das Ergebnis der Messungen als Abbild der Magnetisierungsstruktur interpretiert werden? In Abschnitt 3.2 wurde gezeigt, dass der Sensor eine vom Transportregime abhängige aktive Fläche aufweist, wobei die Hallspannung aus einer Mittelung der senkrechten Komponente des Streufeldes über diese Fläche resultiert¹. Will man also die Zuordnung zwischen dem Verlauf der Hallspannung und der Änderung der Magnetisierung vornehmen, so ist ein Zwischenschritt über die Streufeldverteilung der jeweiligen Magnetisierungskonfiguration erforderlich. Aus diesem Grund wurden die ersten Experimente dieser Arbeit zur Hall-Magnetometrie an Teilchen durchgeführt, deren Magnetisierungsstruktur und damit die Streufeldverteilung eine bekannte und besonders einfache Form aufweisen, wie etwa langgestreckte Nadeln und verschiedene Formen von flachen Rauten, die bei der Ummagnetisierung entlang der langen Achse im Wesentlichen zwischen zwei remanenten Zuständen hin- und herschalten. Gleiches gilt auch für aufrecht auf den Kreuzen stehende Säulen, wenn man sie entlang der Zylinderachse senkrecht zur Sensorebene ummagnetisiert. Diese Säulen mit einem Durchmesser von etwa 200 nm konnten mit Hilfe der elektrolytischen Abscheidung mit einem Aspektverhältnis, das größer als zwei ist, hergestellt werden (siehe Abbildung 5.6). Die Säulen stellen in erster Näherung einen schaltbaren magnetischen Dipol dar (vgl. eindomäniges Schalten in Abschnitt 3.1). Es ergibt sich eine starke Abhängigkeit des Hallsignals von der Größe des Sensors und der Positionierung des Nanomagneteten relativ zur aktiven Fläche (siehe Abschnitt 5.1.4).

¹Der Beitrag zur Hallspannung einer eventuell vorhandenen senkrechten Komponente des zur Ummagnetisierung eingesetzten externen Feldes wird hier nicht weiter berücksichtigt, da er sich als linearer Untergrund leicht eliminieren lässt (siehe dazu auch [66]).

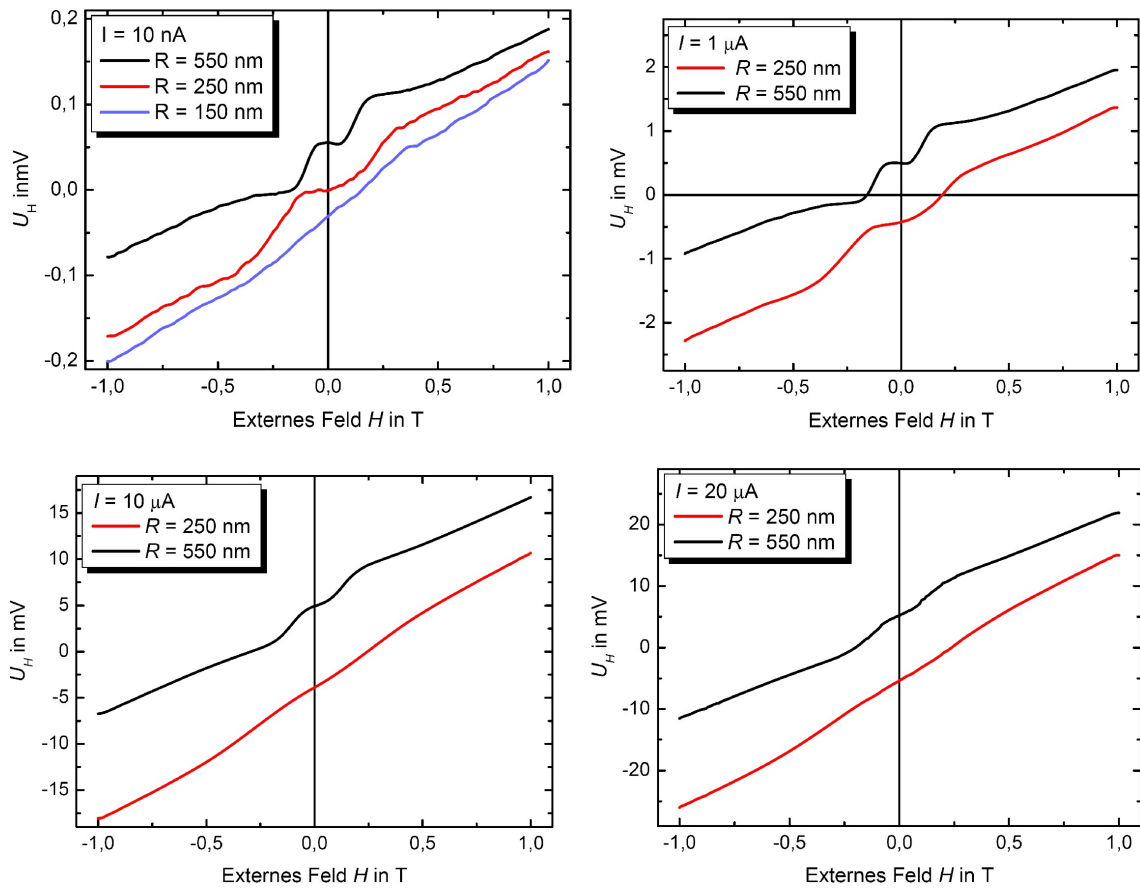


Abbildung 5.1: Die Abweichungen vom linearen Verlauf der Hallspannung aufgrund von ballistischen Effekten können mit größer werdendem Messstrom immer mehr unterdrückt werden. Dies wird in dieser Abbildung exemplarisch anhand von drei Kreuzen mit 600 nm nomineller Kanalbreite ($\hat{=}$ ≈ 300 nm Kanalbreite bei einer Verarmungslänge von ≈ 150 nm) und verschiedenen Eckenradien gezeigt. Bei einem geringen Messstrom von nur 10 nA (links oben) verläuft nur die Hallkurve des Kreuzes mit scharf strukturierten Ecken ($R \approx 150$ nm aufgrund der Verarmungslänge) nahezu linear. Bei einem Eckenradius von $R \approx 250$ nm ist bereits ein deutliches Quenching des Halleffektes zu beobachten und bei noch stärker abgerundeten Ecken ($R \approx 550$ nm) tritt bereits deutlich ein negativer Hallkoeffizient auf. Mit zunehmender Stromstärke verschwinden diese Abweichungen immer mehr (von rechts oben mit $I = 1$ μ A über links unten mit $I = 10$ μ A). Im Teilbild rechts unten bei $I = 20$ μ A) sind schließlich die Abweichungen vom linearen Verlauf der Hallspannung auch für die stark abgerundete Hallsonde nur noch andeutungsweise zu erkennen (Messung aus [76]).

Im Rahmen der Arbeit konnte jedoch gezeigt werden (siehe dazu auch [77, 78]), dass auch noch andere Einflussgrößen berücksichtigt werden müssen. Eine begleitende Diplomarbeit von B. Herold [76] zeigte eindrucksvoll die deutlich stärkere Ausprägung der ballistischen Anomalien (siehe 3.2.2) der Hallkreuze, wenn das Verhältnis von Sondenfläche zum Radius der Ecken kleiner wird. Da sich der Eckenradius bei GaAs/AlGaAs-Kreuzen vor allem aus der Verarmungslänge ergibt und

damit unabhängig von den angestrebten Abmessungen der Kreuze ist, wird dieses Verhältnis für kleinere Kreuze immer ungünstiger, und begrenzt sogar die minimale Sondenfläche prinzipiell auf eine Fläche von der Größe eines Kreises mit einem Radius von etwa der Verarmungslänge [45]. Wie weiter gezeigt wurde, können durch eine Erhöhung des Sondenstromes die Anomalien innerhalb gewisser Grenzen unterdrückt werden (siehe Abbildung 5.1). Für die Funktionsweise der Hallkreuze als Magnetfeldsensor ist entweder ballistischer oder diffusiver Transport erforderlich, da diese Transportmechanismen die in Abschnitt 3.2 beschriebenen Mittelungsprozesse gewährleisten. Bei immer kleineren Kreuzen wird der Transport aber nach und nach durch die in Abschnitt 2.2 beschriebenen Quanteninterferenz- und Quantum-Confinement-Effekte dominiert, so dass damit ein weiterer Grund für Abweichungen vom linearen Verlauf der Hallspannung bei kleinen Sonden vorliegt.

Die Qualität des Signals ist jedoch nicht nur von einer möglichst linearen Übertragungsfunktion der Sonde bestimmt. Vielmehr spielt bei der Mikro-Hall-Magnetometrie, wie bei allen empfindlichen Messungen, auch das Verhältnis aus Signalgröße und Rauschamplitude (S/R-Verhältnis) eine wichtige Rolle. Zu dieser Thematik wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit zahlreiche wichtige Erkenntnisse gewonnen, die im Folgenden kurz vorgestellt werden.

5.1.1 Einfluss des Sondenstromes

Wie wirken sich die hohen Ströme zur Unterdrückung der ballistischen Anomalien auf das S/R-Verhältnis aus? Um diese Frage zu klären, wurden liegende Ni-Nadeln im Lift-off Verfahren auf Hallkreuze platziert (siehe Abbildung 5.2). Die Nadeln ($0.5\ \mu\text{m}$ bis $6\ \mu\text{m}$ Länge, ca. $150\ \text{nm}$ Breite und etwa $100\ \text{nm}$ Höhe) wurden so angeordnet, dass ein Ende der Nadel über dem Zentrum der aktiven Fläche liegt (vergleiche Abschnitt 5.1.4 und Abbildung 5.9). Bei der *in-plane* Ummagnetisierung koppelt nur das an diesem Ende der Nadel austretende Streufeld in den Sensor ein, während das externe Feld nicht zur Hallspannung beiträgt. Im unteren Inset der Abbildung 5.2 ist der Verlauf der Hallspannung während des Ummagnetisierens einer Nadel für verschiedene Stromstärken bei der Messung gezeigt.

Zunächst fällt auf, dass der Ummagnetisierungsvorgang nicht eindomänig verläuft, da die Hysteresekurven nicht durch einen einzigen Sprung bei der Umkehrung der Magnetisierung gekennzeichnet sind. Dies muss jedoch keineswegs daran liegen, dass Ni-Nadeln mit den entsprechenden Abmessungen entlang der Längsachse grundsätzlich nicht eindomänig ummagnetisieren. Eine nicht exakt parallele Ausrichtung der Nadel zum externen Feld während der Messung und Abweichungen von der idealen Nadelform aufgrund von Fehlern beim Lift-off-Prozess kommen dafür ebenso in Frage. Trotz dieser Abweichung von einem streng eindomänigen Schalten der Nadel lässt sich aus der Größe des Hallsignals für die beiden Sättigungszustände bequem die Linearität des Signals bezüglich des Sondenstromes überprüfen. Dazu wurden in Abbildung 5.2 einige der im Inset gezeigten Kurven mit einem Faktor entsprechend der Stromstärke skaliert. Man erkennt gut, dass die Kurven dadurch im

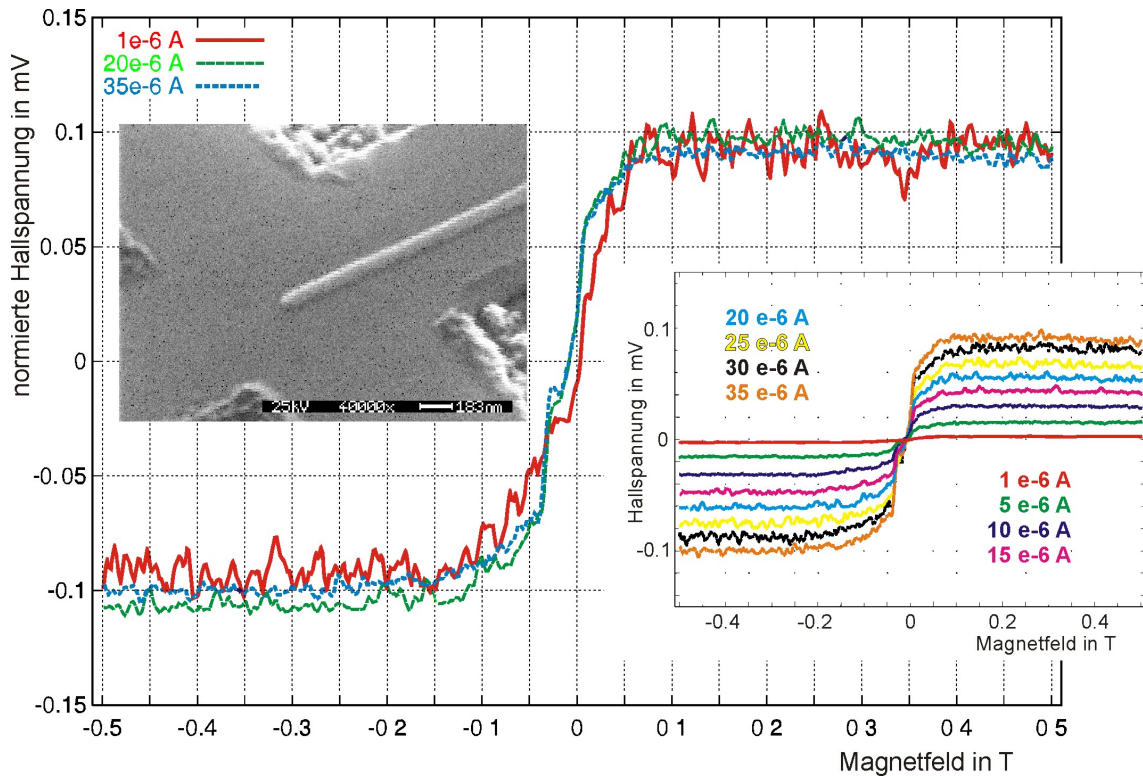


Abbildung 5.2: Sowohl das Hallsignal als auch die Rauschamplitude zeigen eine deutliche Abhängigkeit vom aufgeprägten Sondenstrom. Im Inset rechts unten ist der Verlauf der Hallspannung während des Ummagnetisierens einer Nadel (vergleiche REM-Bild im Inset links oben) für verschiedene Stromstärken bei der Messung gezeigt. Obwohl die Nadeln aufgrund ihrer Geometrie bei der Ummagnetisierung entlang der Längsachse eindomänig schalten sollten, ist die Magnetisierungsumkehr nicht durch einen einzigen Sprung gekennzeichnet (siehe Text). Eine genauere Betrachtung liefert einen weitgehend linearen Zusammenhang zwischen Signalgröße und Stromstärke. Deshalb liegen die Kurven sehr gut übereinander, wenn man sie, wie in der Abbildung anhand von drei Kurven gezeigt, mit einem Faktor entsprechend der Stromstärke skaliert. In dieser Darstellung ist deutlich zu erkennen, dass sich die Kurven im S/R-Verhältnis erheblich unterscheiden. Die Kurve mit dem geringsten Messstrom (rot) zeigt eindeutig das ungünstigste Verhältnis während der größte Strom zur am wenigsten verrauschten Kurve (blau) führt. Auch hinsichtlich des S/R-Verhältnisses empfiehlt es sich also mit möglichst großen Sondenströmen zu arbeiten.

Rahmen der durch das Rauschen vorgegebenen Fehler für die gezeigten Stromstärken gut übereinstimmen, d. h. die Messungen für verschiedene Sondenströme ergeben jeweils den gleichen Hallwiderstand $\rho_{xy} = \frac{U_H}{I}$.

Außerdem wird anhand der skalierten Kurven deutlich, dass sich ein verbessertes S/R-Verhältnis für höhere Ströme ergibt. Es empfiehlt sich also auch aus diesem Grund möglichst hohe Messströme zu verwenden. Es gibt jedoch eine Beschränkung für die einsetzbare Stromstärke. So erreicht die Linearität des Hallwiderstandes für zu hohe Ströme ihre Grenzen. Dies ist deshalb von Bedeutung, da die Hallspannung mit Lock-in-Technik detektiert wird, welche die Proportionalität der modu-

lierten Stromstärke und des gemessenen Hallsignals voraussetzt. Bei Stromstärken die über dem linearen Bereich des Hallwiderstandes liegen, ergeben sich Verzerrungen im Hallsignal, so dass dieses den Verlauf des Sondenstromes nicht mehr korrekt abbildet. Meist sind diese Verzerrungen asymmetrisch und begrenzen die obere oder untere Halbwelle des ansonsten sinusförmigen Signals. In manchen Fällen treten sogar unetstetige Sprünge im Signalverlauf auf. Außerdem erfordern sehr hohe Ströme durch die Sonden auch relativ hohe Spannungen, so dass die Annahme des Elektronentransports als reines Fermikanten-Phänomen nicht länger aufrecht erhalten werden kann. Dies hat zur Folge, dass der in Abschnitt 3.2 beschriebene Mittelungseffekt über die aktive Fläche nicht mehr gewährleistet ist. Außerdem bringt der sehr hohe Strom auch eine Erwärmung [43] (zumindest des Elektronengases) mit sich, so dass durch die vermehrte Streuung ein Übergang zwischen den Transportregimes hervorgerufen werden könnte (siehe unten). Die maximale Stromstärke mit der eine Sonde problemlos betrieben werden kann unterliegt einer großen Schwankungsbreite und reichte bei den hier vermessenen Sonden mit Kreuzflächen unterhalb von $1\,\mu\text{m}^2$ von wenigen μA bis zu etwa $50\,\mu\text{A}$.

Das Magnetfeld, welches durch einen Sonden-Strom dieser Größe am Ort der Probe erzeugt wird, bedeutet eine sehr geringe Störung für die untersuchte magnetische Probe [79]. Bei den verwendeten Strömen und 2DEG-Tiefen von mehreren $10\,\text{nm}$ ergibt sich am Ort der Probe lediglich ein Feld in der Größenordnung von $10\,\mu\text{T}$ [80]. Gerade die geringe Störung der Probe durch den Messvorgang ist einer der Hauptvorteile der Mikro-Hall-Magnetometrie im Vergleich zu den meisten anderen Messmethoden mit denen die Ummagnetisierung einzelner Nanomagneten untersucht werden kann.

5.1.2 Bedeutung der Ladungsträgerdichte

Eine andere wichtige Einflussgröße auf die Signalqualität der Hallkreuze stellt die Ladungsträgerdichte dar. Deren Einfluss ist zumindest für große Kreuze unmittelbar über den Hallkoeffizienten $\alpha = \frac{d\rho_{xy}}{dB} = \frac{1}{en_s}$ gegeben, wonach sich die Größe der Hallspannung indirekt proportional zur Ladungsträgerdichte ergibt. Dieser Zusammenhang ist für die kleinen Kreuze dieser Arbeit nicht direkt nachzuweisen. Die Ladungsträgerdichten weichen in kleinen Strukturen zum Teil erheblich von denen in ausgedehnten Strukturen ab und die Bestimmung der Ladungsträgerdichte mit Hilfe der Shubnikov-de-Haas-Oszillationen (SDH-Oszillationen) an Hallbars mit Abmessungen im Bereich der kleinen Hallsonden der vorliegenden Arbeit ist nicht unproblematisch. So ergeben sich beispielsweise oft unterschiedliche Werte im Vergleich zur Bestimmung der Ladungsträgerdichte aus den Hallkoeffizienten. Messungen an „leeren“ Hallkreuzen, bei denen die Ladungsträgerdichte mit Hilfe eines Metallgates variiert wurde, zeigen jedoch, dass für die sehr kleinen Hallkreuze weiterhin eine deutliche Abhängigkeit des Hallkoeffizienten von der Ladungsträgerdichte besteht (vergleiche Abbildung 5.3). Die im Folgenden vorgenommene Bestimmung der Ladungsträgerdichte aus den Hallkoeffizienten für die kleinen Hallkreuze ist also als

starke Vereinfachung zu sehen, weil dabei weiterhin von einer indirekten Proportionalität des Hallkoeffizienten zur Ladungsträgerdichte ausgegangen wird.

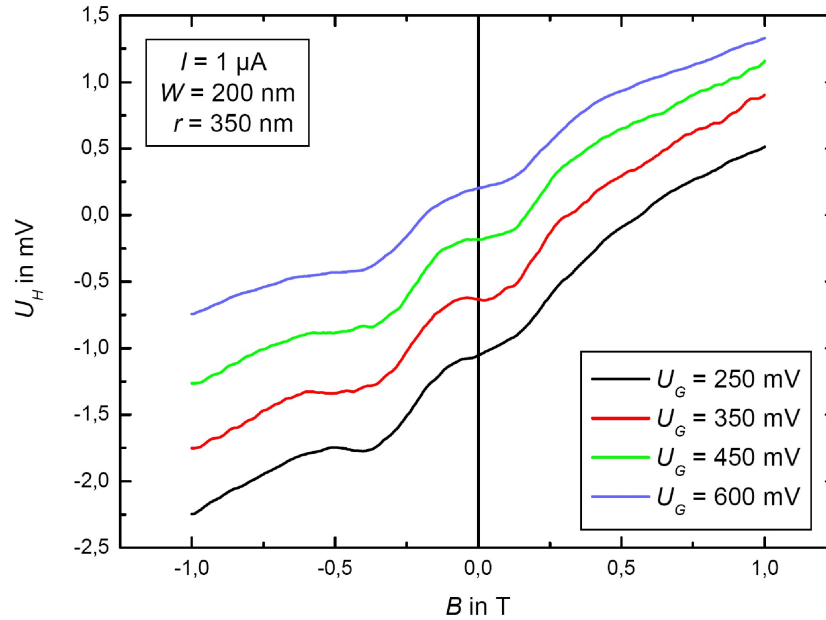


Abbildung 5.3: Durch Anlegen von positiven Gatespannungen unterschiedlicher Stärke lässt sich die Ladungsträgerdichte der Hallsonden variieren. Die gezeigten Hallkurven wurden an einer „leeren“ Sonde mit einer effektiven Kanalbreite von ca. 200 nm aufgezeichnet. Da das Hallkreuz deutlich abgerundete Ecken aufweist und zudem ein relativ geringer Messstrom verwendet wurde, sind die ballistischen Anomalien im Verlauf der Hallspannungen deutlich zu erkennen. Die geringe Abhängigkeit der Ausprägung dieser Anomalien von der Gatespannung soll hier nicht näher diskutiert werden. Das Augenmerk sei vielmehr auf die Änderung des Hallkoeffizienten also die mittlere Steigung der Hallkurven gerichtet. Diese nimmt mit zunehmender Gatespannung von 250 mV auf 600 mV deutlich ab, von etwa $1,4 \text{ mV/T}$ auf 1 mV/T . Die daraus bestimmte Ladungsträgerdichte steigt entsprechend von $4,5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ auf $6,0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Da demnach auch für diese sehr kleinen Sonden der Hallkoeffizient mit sinkender Ladungsträgerdichte deutlich steigt, scheint die Verwendung von Hallsonden mit möglichst geringer Ladungsträgerdichte günstig zu sein (siehe Text, Messung aus [76]).

Der über den untersuchten Magnetfeldbereich gemittelte Hallkoeffizient (mittlere Steigungen der Kurven) nimmt, ausgehend von der kleinsten Ladungsträgerdichte mit etwa $4,5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ von $1,4 \text{ mV/T}$ auf 1 mV/T ab, die Ladungsträgerdichte steigt entsprechend bis auf circa $6,0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Die Gatespannung wurde dazu von 250 mV auf 600 mV erhöht. Vor diesem Hintergrund erscheint es günstig die Ladungsträgerdichte möglichst gering zu wählen. Es zeigt sich jedoch, dass eine höhere Elektronendichte aus zwei Gründen dennoch von Vorteil sein kann. Einerseits ergibt sich nämlich im Allgemeinen ein höherer maximaler Strom für die Sonden, wodurch sich trotz der höheren Ladungsträgerdichten ein vergleichbares Hallsignal ergibt. Andererseits bedeutet, wie bereits erwähnt, ein größerer Sondenstrom ein besseres S/R-Verhältnis für die 2DEG-Kreuze, so dass es durchaus sinnvoll sein kann, durch Anlegen von positiven Gatespannungen an die Kreuze die Ladungsträgerdichte zu

erhöhen, um bessere Signale zu erhalten. Die günstigsten Werte für die Ladungsträgerdichte und den Sondenstrom ergeben sich demzufolge durch eine Optimierung des Hallsignals mit einer Variation dieser beiden Parameter für die jeweilige Messung. Bisher ist jedoch noch nicht endgültig geklärt, wieso das Aufbringen eines Gates ohne angelegte Spannung (Massepotenzial oder *floating*) die Signalqualität der Sonden meist verschlechtert, obwohl sich die Ladungsträgerdichte dadurch gegenüber dem Material ohne Gate nur wenig ändert. Auch die erwähnten unstetigen Sprünge im Signalverlauf treten bei Kreuzen mit oberflächennahem 2DEG und aufgedampftem Gate besonders häufig auf [81]. Nur durch das Anlegen von relativ großen positiven Spannungen (von einigen 100 mV bis über 1 V) kann man mit Hilfe des Gates einen Vorteil gegenüber Proben ohne Gate erreichen. Als mögliche Ursachen für die negativen Einflüsse eines aufgedampften Gates kommen sowohl eine ungleichmäßige Verspannung der strukturierten Heterostruktur als auch das bei Lock-in-Messungen lokal ständig wechselnde Potenzial des 2DEG gegenüber der Gate-Elektrode in Frage. Die Verspannungen sind insbesondere deshalb von Bedeutung, weil GaAs piezoelektrische Eigenschaften hat, so dass sich innerhalb der Sonde vor allem nach dem Abkühlen sehr ungünstige intrinsische Potenzialfluktuationen ausbilden können [82, 83]. Für diesen Mechanismus als Ursache von Störungen im Hallsignal spricht auch das zum Teil sehr unterschiedliche Verhalten der Sonden nach verschiedenen Abkühlvorgängen. Das lokal wechselnde Potenzial zwischen 2DEG und Gate hat seine Ursache in einem von der Lock-in-Phase abhängigen Potenzialgefälle über die Hallsonde hinweg. Während bei flächig ausgedehnten niederohmigen Proben sowohl das 2DEG als auch das Gate näherungsweise als Äquipotenzialflächen betrachtet werden können und deshalb ein homogenes elektrisches Feld durch das Gate hervorgerufen wird, wechselt die Potenzialdifferenz zwischen Gate (das auch hier näherungsweise als äquipotenzial betrachtet werden kann) und den verschiedenen Bereichen des Hallkreuzes mit den Phasen des Sondenstromes. Darüber, ob und wie sich dieser Effekt auf die lokale Ladungsträgerdichte und den Elektronentransport im Detail auswirkt, kann bisher nur spekuliert werden, weshalb dieser Aspekt hier nicht weiter vertieft werden soll. Eine weitere Problematik hinsichtlich der Ladungsträgerdichte ergibt sich durch die aufgrund der kleinen Abmessungen der 2DEG-Strukturen nicht mehr homogene Ladungsträgerverteilung. Abweichungen von der Homogenität betreffen sowohl räumliche als zeitliche Fluktuationen.

Die in zahlreichen Messungen aus den Hallkoeffizienten bzw. mit Hilfe der SDH-Oszillationen bestimmten Ladungsträgerdichten der kleinen Strukturen betragen zum Teil nur einen Bruchteil der im nicht oder großflächig strukturierten Material gemessenen [45]. Dies kann man auf die allmähliche Verarmung des 2DEGs hin zu den Strukturrändern zurückführen, so dass allenfalls noch von einer mittleren Ladungsträgerdichte gesprochen werden kann. Hinzu kommt, dass die Elektronenverteilung innerhalb stark eingeschränkter Bereiche des 2DEGs durch die Maxima der Wellenfunktion im Confinement-Potenzial bestimmt ist, was ebenfalls Abweichungen von einer homogenen räumlichen Ladungsträgerverteilung innerhalb der Struktur mit sich bringt (vergleiche dazu die Ausbildung der transversalen Moden

in Abschnitt 2.2).

Die zeitlichen Fluktuationen der Ladungsträgerverteilung machen sich bei den Messungen als Rauschen im Hallsignal bemerkbar. Folgende Mechanismen tragen zum Rauschen bei [84, 85, 86]:

- Thermisches Rauschen (*Johnson noise*)

entsteht durch die statistische Bewegung von freien Ladungsträgern. Dadurch treten Spannungsfluktuationen auf, die unabhängig von der Höhe des aufgetragten Stromes sind. Weil jedoch das Hallsignal proportional zum Sondenstrom ist, lässt sich die relative Amplitude des thermischen Rauschens durch einen möglichst hohen Strom minimieren.

- Schrotrauschen (*shot noise*)

wird verursacht durch die diskrete Natur der Ladungsträger. Es tritt bei sehr kleinen Strömen auf, so dass es bei den hier vorgestellten Messungen im Allgemeinen keine Rolle spielt.

- Generations-Rekombinations-Rauschen (*GR-noise*)

entsteht durch Fluktuationen in der Anzahl der Ladungsträger, wenn diese statistisch zwischen gebundenen und freien Zuständen wechseln.

- $1/f$ -Rauschen oder *flicker noise*

ist ein phänomenologischer Begriff und kann nicht auf eine einheitliche Ursache zurückgeführt werden. Vielmehr wird die Entstehung durch eine Kombination aus Ladungsdichtefluktuationen, Fluktuationen in der Beweglichkeit sowie Quanteninterferenzeffekten erklärt [87, 88]. Diese Material- und Bauteilspezifischen Effekte führen zu einer Überlagerung mehrerer GR-Prozesse mit unterschiedlichen Zeitkonstanten, deren Einhüllende die namensgebende $1/f$ -Charakteristik zeigt. $1/f$ -Rauschen ist deshalb vor allem bei kleinen Frequenzen maßgeblich (also auch bei den hier typischen Lock-in-Frequenzen) und ist abhängig vom Messstrom sowie der Zahl der am Transport beteiligten Ladungsträger. Es ergibt sich für diese Art des Rauschens eine lineare Abhängigkeit zwischen der Rauschamplitude der Hallspannung und dem Strom, so dass sich in diesem Fall das S/R-Verhältnis nicht durch eine Erhöhung des Sondenstromes verbessern lässt [45].

Das GR- bzw das $1/f$ -Rauschen spielt besonders bei sehr kleinen Hallsonden eine wichtige Rolle, da sich in einem Hallkreuz mit einer aktiven Fläche von $100\text{ nm} \times 100\text{ nm}$ bei einer durchaus üblichen Ladungsträgerdichte von $3.0 \cdot 10^{11}\text{ cm}^{-2}$ lediglich etwa 30 Elektronen befinden.

Neben den Hallsensoren stellt natürlich auch der Messaufbau selbst eine Rauschquelle dar. So weist beispielsweise der zur Messung verwendete Sondenstrom, der

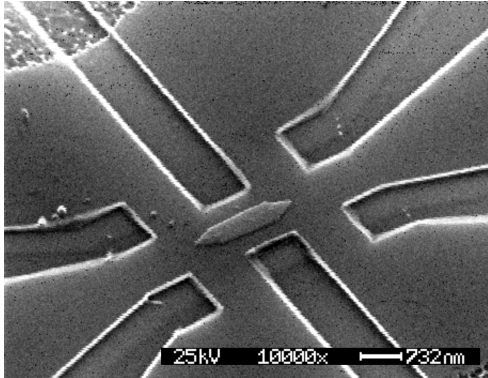


Abbildung 5.4: Das REM-Bild zeigt eine Doppelkreuzstruktur mit einer im Lift-off-Verfahren aufgetragenen Nickelnadel. Mit Hilfe dieser Strukturen ist es möglich, während des Ummagnetisierens gleichzeitig das Streufeld an beiden Enden von langgestreckten Nanomagneten zu erfassen. Im konkreten Fall beträgt der Abstand zwischen den Zentren der beiden Sensoren etwa $2\mu\text{m}$. Bei der Herstellung dieser sehr nah zusammen liegenden Hallkreuze wurde die größere Doppelkreuzstruktur der Multi-Hallbar (vergleiche Abbildung 4.6) mittels ESL und Trockenätzen weiter eingeschränkt, so dass die sechs umliegenden Kontakte entsprechend an den Strompfad und die Potentialabgriffe der beiden kleinen Sonden angeschlossen sind.

aus einem Spannungssignal des Lock-in-Verstärkers in Kombination mit einem Vorwiderstand erzeugt wird, ein endliches Rauschen auf. Außerdem zeigt auch der Messingang des Lock-in-Verstärker ein endliches Rauschen. Die durch den Messaufbau verursachten Rauschpegel sind allerdings deutlich geringer als das durch die kleinen Hallkreuze hervorgerufene Rauschen, wie eine einfache Kontrollmessung mit größeren Sonden zeigt.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte mit Hilfe von Doppelkreuzstrukturen gezeigt werden [78], dass sich bestimmte Rauschmechanismen bereits bei deutlich größeren Sonden von etwa $1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$ negativ auf das Hallsignal auswirken und wie diese Störsignale effektiv eliminiert werden können.

In Abbildung 5.4 ist das REM-Bild einer derartigen Struktur dargestellt. In diesem Fall ist eine Nickel-Nadel (Rechteck mit zwei spitzen Enden) so auf zwei eng benachbarten Hallsensoren platziert, dass während des Ummagnetisierens das Streufeld an den beiden Enden der Nadel simultan erfasst werden kann. Aufgrund der langgestreckten Form sollte die Magnetisierungsumkehr in einem Magnetfeld parallel zur Längsachse eindomänig, also mit einer rechteckigen Hysteresekurve erfolgen. Die Form der beiden gemessenen Hystereseschleifen (Insets in Abbildung 5.5) bestätigt diese Vermutung, wobei die Sprünge entsprechend bei den exakt gleichen Feldwerten auftreten. Aufgrund der Tatsache, dass die Feldlinien des Streufeldes die beiden Hallsensoren gerade in jeweils der entgegengesetzten Richtung durchdringen, sind die Hallspannungen der beiden Sensoren immer entgegengesetzt. Wie in Abbildung 5.4 zu erkennen ist, haben die beiden Sensoren einen gemeinsamen Strompfad. Zwar ist bei kleinen 2DEG-Strukturen die freie Weglänge meist deutlich geringer als im unstrukturierten Material, wo sie in diesem Fall etwa $20\mu\text{m}$ beträgt, dennoch ist der Abstand der beiden Kreuze mit $2\mu\text{m}$ vermutlich kleiner als die lokale freie Weglänge innerhalb der Doppelkreuzstruktur. Dies könnte der Grund dafür sein, warum das Rauschen in den beiden Sensoren stark miteinander korreliert ist. Bestimmte Rauschmechanismen rufen Signalstörungen von gleicher Größe und gleichem Vorzeichen an den beiden Hallkreuzen hervor, wie die Differenz der

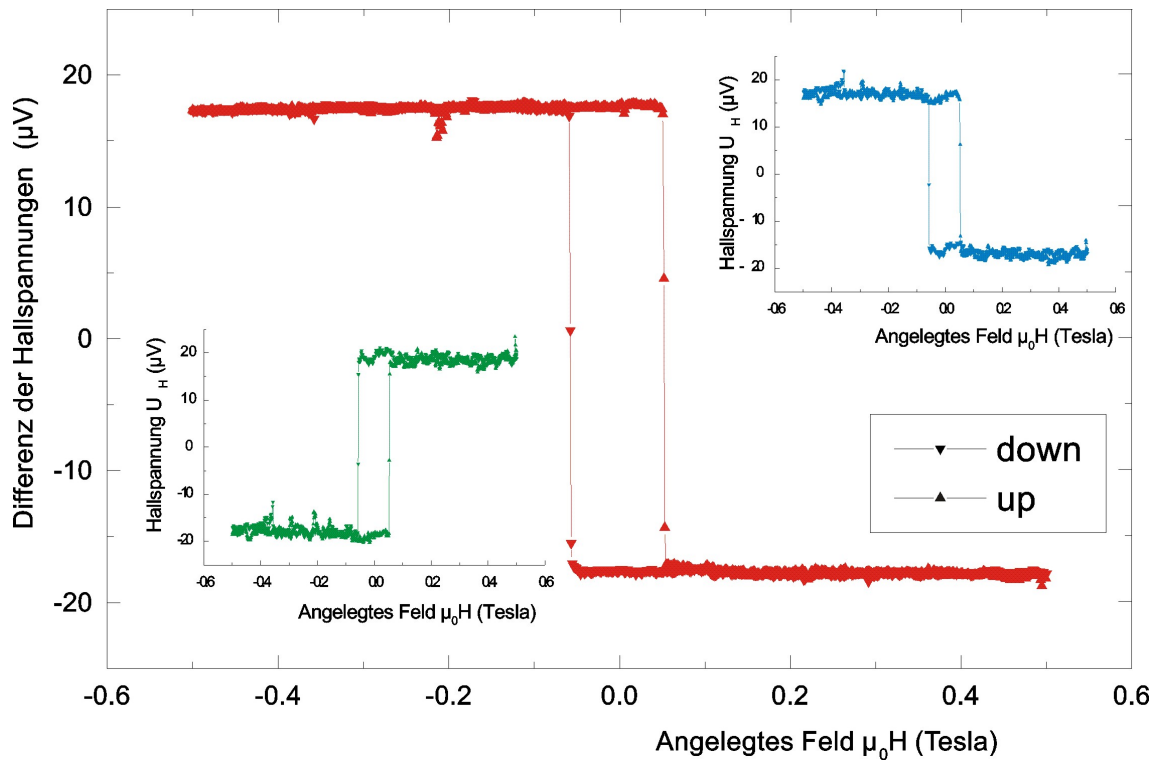


Abbildung 5.5: Die simultane Messung der Streufelder an beiden Enden eines langgestreckten Nanomagneten mittels einer Doppelkreuzstruktur (vergleiche Abbildung 5.4) offenbart interessante Aspekte über die Korrelation des Rauschens zwischen zwei sehr nahe zusammen liegenden Hall-sensoren mit gemeinsamen Strompfad. Die Abbildung zeigt sowohl das halbe Differenzsignal der beiden Sonden (Hauptgraph) als auch die beiden Einzelsignale (Insets). Der Abstand der beiden Kreuze ist mit $2\,\mu\text{m}$ deutlich geringer als die freie Weglänge, die für das unstrukturierte Material etwa $20\,\mu\text{m}$ beträgt. Bestimmte Rauschmechanismen rufen dadurch offensichtlich Signalstörungen mit gleichem Vorzeichen und gleicher Größe in den beiden Sonden hervor, da die Differenzkurve deutlich glatter ist als die beiden Einzelsignale.

beiden Hallsignale (siehe Hauptgraph in Abbildung 5.5) zeigt. Die Differenzkurve ist deutlich glatter als die beiden Einzelsignale, da sich diese externen Störungen bei der Differenzbildung gerade kompensieren, die Hallspannungen aufgrund des unterschiedlichen Vorzeichens vom Betrag aber addieren.

Auf Grund dieser Korrelation des Rauschens zwischen den beiden Signalen, kann es für rauscharme Messungen vorteilhaft sein, zwei sehr nah zusammenliegende Hallkreuze mit gemeinsamen Strompfad zu verwenden. Wobei sich insbesondere bei *out-of-plane*-Ummagnetisierung auch ein leerer Sensor zur Erzeugung eines Referenzsignals verwenden lässt.

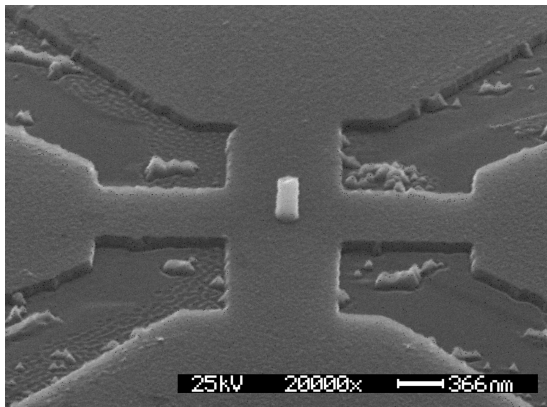


Abbildung 5.6: In Form von elektrolytisch abgeschiedenen Säulen können die langgestreckten Nickel-Nanomagneten auch mit der langen Achse senkrecht zur Ebene des 2DEG auf den Hallkreuzen platziert werden. Die Kreuzbreite der in dieser REM-Aufnahme gezeigten Struktur beträgt etwa 850 nm, die Säule hat einen Durchmesser von ca. 170 nm und ist etwa 370 nm hoch

5.1.3 Auswirkungen der Messtemperatur

Zwar ist die Mikro-Hall-Magnetometrie über einen sehr großen Temperaturbereich (von Millikelvin bis Zimmertemperatur und darüber hinaus) anzuwenden, jedoch verändert sich die Qualität des Messsignals und damit die erreichbare Sensitivität stark mit der Temperatur. Auch zu dieser Thematik konnten im Rahmen der vorliegenden Arbeit einige interessante Erkenntnisse gewonnen werden. Wie zu erwarten ist, wird mit steigender Temperatur das S/R-Verhältnis immer ungünstiger, da das thermische Rauschen entsprechend größer wird. Neben dieser sehr direkten und einfachen Temperaturabhängigkeit ergibt sich aber bei den GaAs/GaAlAs-Hallsensoren noch ein anderer Mechanismus, über den sich Temperaturänderungen auf das Messsignal auswirken. Dieses Phänomen wurde anhand der bereits erwähnten elektrolytisch abgeschiedenen eindomänen Nickelsäulen mit rechteckigen Hysteresekurven untersucht (siehe Abbildung 5.6).

In Abbildung 5.7 ist die Hallspannung während der Ummagnetisierung einer Säule bei verschiedenen Temperaturen aufgetragen. Zunächst fällt an den Messkurven eine deutliche Abnahme der Schaltfelder mit steigender Temperatur auf, diese Tatsache wird in Abschnitt 5.2.1 genauer erläutert. Darüber hinaus ist in der Abbildung aber auch deutlich zu erkennen, dass die Rauschamplitude der Hysteresekurven nicht monoton zunimmt, sondern für die Kurve bei 130 K eindeutig am größten ist. Wie in Abschnitt 3.2 erklärt wurde, ist für die Zuordnung des Transports entweder zum ballistischen oder diffusiven Regime das Verhältnis zwischen den lateralen Abmessungen des Hallkreuzes und der freien Weglänge l der Elektronen ausschlaggebend. In Abbildung 5.8 sind sowohl l als auch die Rauschamplitude in Abhängigkeit von der Messtemperatur aufgetragen. Mit steigender Temperatur wird die freie Weglänge aufgrund von vermehrter Streuung der Elektronen an akustischen Phononen immer kürzer. Das Rauschen wird gerade dann am größten, wenn l mit der Größenordnung der lateralen Abmessungen des Hallsensors übereinstimmt, wenn also durch die Änderung der Temperatur ein Übergang zwischen den Transportregimes vollzogen wird.

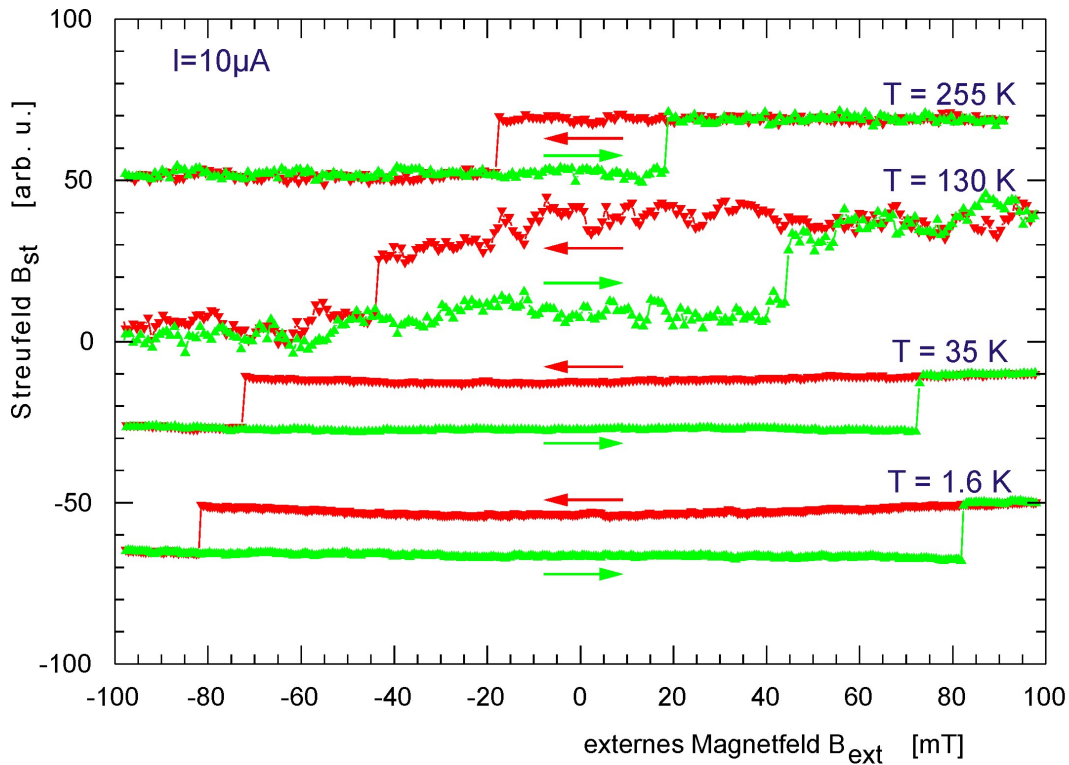


Abbildung 5.7: Bei der out-of-plane-Ummagnetisierung von eindomänigen Nickelsäulen nimmt das Schaltfeld mit zunehmender Temperatur deutlich ab (die Kurven sind für eine bessere Übersicht vertikal verschoben). Außerdem ist in der Abbildung aber auch deutlich zu erkennen, dass die Rauschamplitude der Hysteresekurven nicht monoton zunimmt, sondern für die Kurve bei 130 K eindeutig am größten ist (vergleiche Abbildung 5.8, Messung aus [62]).

Dieser Übergang ist bekanntlich (siehe Abschnitt 3.2) mit einer Vergrößerung der aktiven Fläche und einer Veränderung der ortsabhängigen Magnetfeldgewichtung des Hallsensors verbunden². Gerade in diesem Übergangsbereich, in dem auch ein Wechsel zwischen den Modellen zur theoretischen Beschreibung der Funktionsweise der Hallsensoren erforderlich ist, scheint die Hallspannung auf sehr komplexe und empfindliche Weise von verschiedenen Einflussgrößen abzuhängen. Der Effekt dominiert für die untersuchten Sonden die Veränderungen der Rauschamplitude mit steigender Temperatur, so dass für diese Parameter der Einfluss des zunehmenden thermischen Rauschens eine deutlich untergeordnete Rolle spielt.

²Infolge der Vergrößerung der aktiven Fläche beim Übergang könnte man eine Abnahme der Amplitude des Hallsignals für höhere Temperaturen erwarten (siehe Einkoppeln der Streufelder in Abschnitt 5.1.4). Tatsächlich ist jedoch die Temperaturerhöhung auch mit einer geringfügigen Vergrößerung der effektiven Abmessungen des Hallkreuzes verbunden, da sich die Verarmungslänge etwas reduziert. Außerdem nimmt die Ladungsträgerdichte mit steigender Temperatur etwas zu, so dass ein kleiner werdender Hallkoeffizient resultiert (siehe Gleichung 2.27). Ein Vergleich der Amplituden der Hallspannung für unterschiedliche Temperaturen ist aus diesen Gründen nur sehr bedingt möglich.

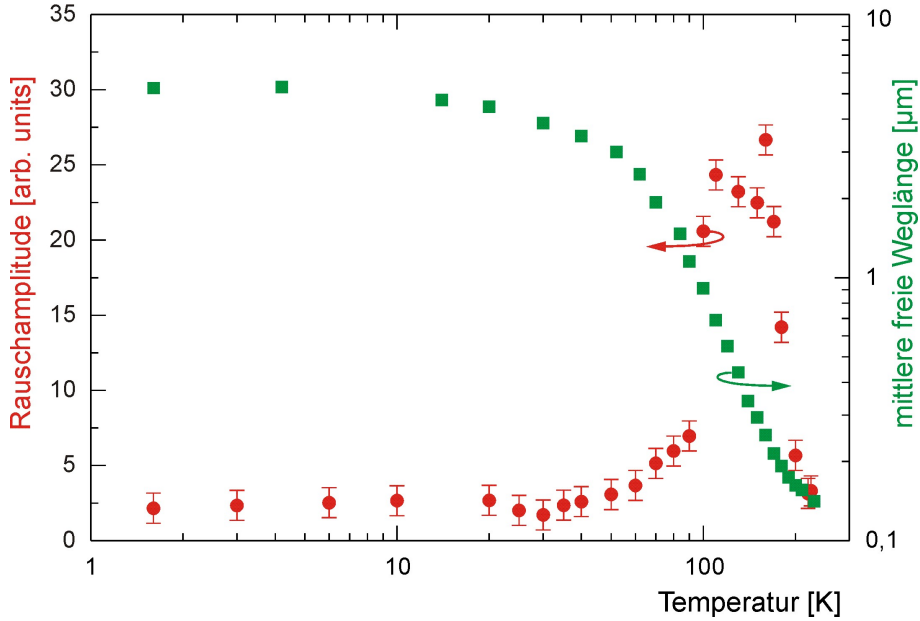


Abbildung 5.8: Die Abbildung zeigt den Zusammenhang zwischen der temperaturabhängigen Rauschamplitude (rot) der Hallmessungen während der Ummagnetisierung von Nickelsäulen und der Temperaturabhängigkeit der freien Weglänge im Ausgangsmaterial der Sonde (grün). Man sieht die deutliche Korrelation des Maximums der Rauschamplitude mit dem Übergang zwischen den Transportregimes (von ballistisch nach diffusiv) bei dem die freie Weglänge unterhalb die lateralen Abmessungen des Hallkreuzes fällt. Die Erklärung des stärkeren Rauschens allein durch diesen Übergang zwischen den Transportregimes erweist sich allerdings als ungenügend (siehe Text, Messung aus [62]).

Die Erklärung des stärkeren Rauschens allein durch den Übergang zwischen den Transportregimes erweist sich allerdings als ungenügend, da diese Auffälligkeit im Rauschen keineswegs immer zu beobachten ist. So wählen etwa L. Theil Kuhn *et al.* in einer sehr empfindlichen Messung zur Ummagnetisierung extrem kleiner Eisen-Partikel mittels 2DEG-Hallsonden gerade diesen Übergangsbereich aus, um Quanteneffekte zu unterdrücken [79]. Da diese Messung aber nicht unumstritten ist, soll sie hier lediglich ohne weiteren Kommentar erwähnt werden.

Jedoch weisen auch Messungen im Rahmen einer begleitenden Diplomarbeit von J. Liszkowski [89] an InAs-basierten Mikro-Hallsonden, die ebenfalls im quasiballistischen Transportregime, also im relevanten Übergangsbereich durchgeführt wurden, dieses erhöhte Rauschen nicht auf. Dies deutet darauf hin, dass das gefundene Phänomen, eine materialspezifische Eigenschaft der GaAs/AlGaAs Heterostrukturen darstellen könnte, zumal auch M. Rahm [66] diesen „toten Temperaturbereich“ an Mikro-Hallsonden aus AlGaAs/GaAs-Heterostrukturen beobachtete. Er diskutierte die Möglichkeit, dass eine Temperaturabhängigkeit des Verhaltens der DX -Zentren [90] in diesem Materialsystem der Grund für das Phänomen sein könnte.

Als ein möglicher anderer Grund für die ausgeprägte Zunahme des Rauschens wird auch eine sukzessive Besetzung des zweiten Subbandes des 2DEGs bei Tempe-

raturerhöhung diskutiert [91]. Zwar bewirkt eine Erhöhung der Ladungsträgerdichte bei Verwendung eines Gates eine erkennbare Verringerung der Beweglichkeit sobald mit der Besetzung des zweiten Subbandes begonnen wird [92], aber diese ist wohl für eine Erklärung des beobachteten Effektes bei Weitem nicht ausreichend. Dagegen gibt es jedoch Auswirkungen auf den Hallkoeffizienten infolge der sukzessiven Besetzung eines weiteren Subbandes. Während sich für sehr hohe Magnetfelder eine effektive Ladungsträgerdichte aus der Summe der einzelnen Subband-Dichten zusammensetzt [10], ist die Situation für kleine Felder weniger trivial. So ergibt sich beispielsweise ein kleiner Unterschied bei der Bestimmung der effektiven Ladungsträgerdichte aus den SDH-Oszillationen und dem Hallkoeffizienten [92, 10]. Die so gefundenen Unterschiede sind aber wohl zu gering um die Größe eines Rausch-Effektes zu verursachen, wie er in den Messungen von Abbildung 5.8 zu beobachten ist. Auch wäre durch eine thermisch aktivierte Besetzung eines zweiten Subbandes der beobachtete rasche Rückgang des Rauschens bei weiterer Temperaturerhöhung nicht erklärbar.

5.1.4 Signalgröße und Einkoppeln der Streufelder

Für ein gutes S/R-Verhältnis ist aber nicht nur die Rauschamplitude von Bedeutung sondern natürlich auch die Größe des Messsignals. Bei den bisherigen Betrachtungen wurde die eingangs des Kapitels erwähnte Abhängigkeit des Hallsignals von der Größe des Sensors und der Positionierung des Nanomagneten relativ zur aktiven Fläche weitgehend außer Acht gelassen. Dennoch spielen gerade auch diese Faktoren, die häufig unter dem Begriff: *Einkoppeln des Streufeldes in die aktive Fläche* zusammengefasst werden, eine entscheidende Rolle beim praktischen Einsatz der Mikro-Hall-Magnetometrie.

In der Skizze von Abbildung 5.9 c) und d) erkennt man, dass die räumliche Anordnung von Nanomagnet und Sensorfläche sowie deren Abmessungen von entscheidender Bedeutung für die Größe des erfassten mittleren Streufeldes sind. Das mit größer werdendem Abstand rasch abnehmende Streufeld der Nanomagnete führt dazu, dass der mittlere Fluss durch die Sensoren und damit das resultierende Hallsignal mit zunehmender Größe der aktiven Fläche schnell kleiner werden. Genauso führt ein vergrößerter Abstand zwischen 2DEG und Nanomagnet zu einer Verringerung des erfassten Flusses, so dass diese Abhängigkeiten die Verwendung kleiner Sensorflächen und sehr häufig auch möglichst oberflächennaher 2DEGs nahelegen, um ein möglichst großes Hallsignal zu erhalten (beachte dazu auch Abbildung 5.20 und Abschnitt 5.2.1).

Im Bild der Feldlinien bedeutet dies, dass die mittlere Dichte der Linien innerhalb der aktiven Fläche möglichst hoch sein soll. Die Forderung nach einer hohen Dichte der Linien allein reicht aber für eine große mittlere Flussdichte nicht aus, da alle Feldlinien, die in beiden Richtungen durch die Sensorfläche verlaufen keinen magnetischen Netto-Fluss verursachen. Dies liegt daran, dass die Sensoren zwar nur auf die senkrechte Komponente des vektoriellen Streufeldes sensitiv sind, aber das

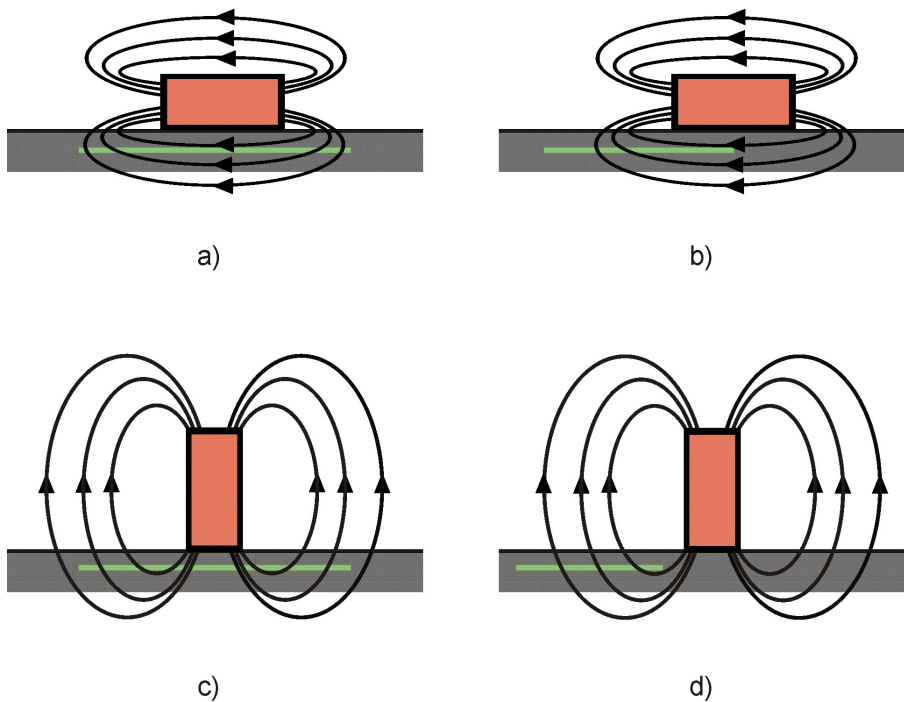


Abbildung 5.9: Die Positionierung des Nanomagneten relativ zur aktiven Fläche und deren Abmessungen spielen für die Signalgröße eine wichtige Rolle. Diese Abhängigkeit wird häufig unter dem Begriff: Einkoppeln des Streufeldes in die aktive Fläche zusammengefasst. Die Abbildung zeigt im einfachen Bild der Feldlinien anhand von unterschiedlich positionierten Dipolen wie diese Abhängigkeit zu erklären ist, wobei der Querschnitt durch die aktive Fläche jeweils grün dargestellt. In Teilbild a) ist ein liegender Dipol zentral über der aktiven Fläche angeordnet und man erkennt, dass jede Feldlinie die Sensorfläche in beide Richtungen durchdringt. Auf diese Weise verschwindet der Netto-Fluss durch die Sonde und es wird keine Hallspannung generiert. Teilbild b) zeigt dagegen eine für liegende Dipole deutlich günstigere Anordnung, da die Feldlinien dort die aktive Fläche nur in einer Richtung durchdringen. Bei senkrecht auf der aktiven Fläche stehenden Dipolen ergibt sich eine etwas andere Situation. In diesem Fall resultiert zwar auch bei exakt zentraler Position des Dipols eine Hallspannung, diese wird jedoch durch zurück laufende Feldlinien für größer werdende aktive Flächen immer stärker abgeschwächt (Teilbild c)). In Teilbild d) erkennt man, dass bei sehr starken Abweichungen von der zentralen Position eines stehenden Dipols auf dem Sensor der mittlere Fluss durch die aktive Fläche sogar sein Vorzeichen umkehren kann.

Vorzeichen dieser Komponente natürlich sehr wohl eine Rolle spielt. Für die Säulen aus Abbildung 5.6 bedeutet beispielsweise eine große aktive Fläche selbst bei exakter Positionierung der Säule in deren Zentrum eine starke Abschwächung des mittleren Streufeldes.

Beim Vergleich der Teilbilder 5.9 c) und d) erkennt man, dass infolge einer zunehmenden Abweichung von der zentralen Position der Säule auf dem Sensor der mittlere Fluss durch die aktive Fläche sogar sein Vorzeichen umkehren kann. Eine bemerkenswerte Situation ergibt sich für Dipole die flach auf den Hallkreuzen liegen. Wie im Teilbild 5.9 a) zu erkennen ist, wird der Netto-Fluss bei exakt symmetrischer Positionierung des Magneten auf der aktiven Fläche nicht nur abgeschwächt,

sondern er verschwindet vollständig. Abhilfe schafft in diesem Fall ein Versatz des Magneten entlang der Dipolachse. Das Signal wird dann maximal, wenn ein Ende des Dipols ein klein wenig über das Zentrum der aktiven Fläche hinaus verschoben wird (siehe 5.9 b))

In der vorliegenden Arbeit wurden einige aufschlussreiche Experimente zur Einkopplung der Streufelder in die aktive Fläche von Hallkreuzen durchgeführt. Dazu wurden u. a. Messungen an kleinen Arrays der bereits vorgestellten elektrolytisch abgeschiedenen Nickel-Säulen durchgeführt.

Kleine Arrays aus Nickel-Säulen

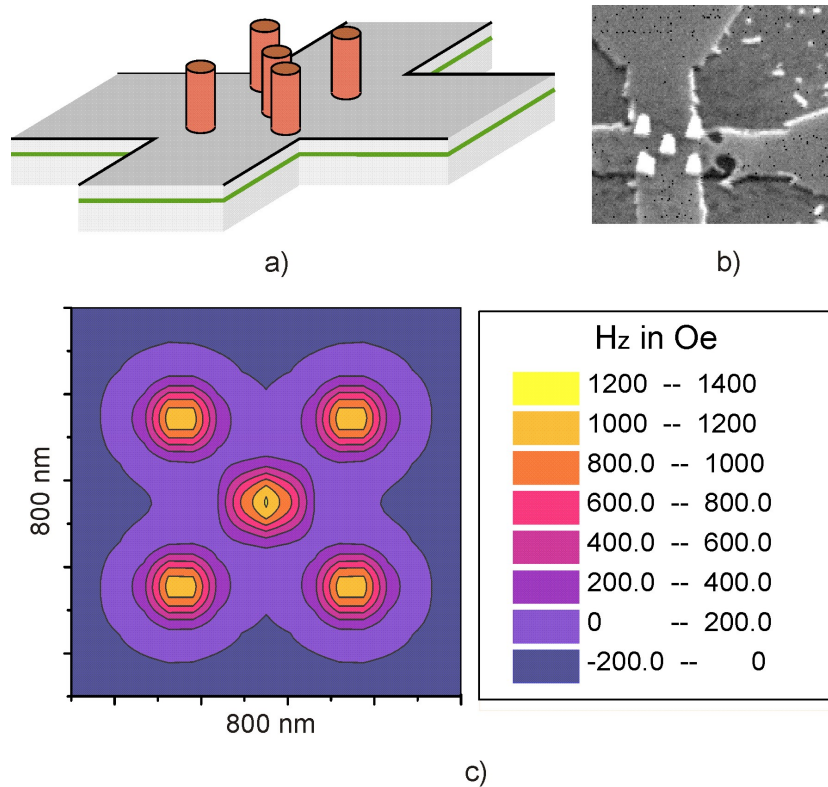


Abbildung 5.10: Die out-of-plane-Ummagnetisierung von kleinen Arrays aus Nickelsäulen liefert interessante Ergebnisse bezüglich des Einkoppelns von Streufeldern in die aktive Fläche eines Hallsensors. Das Schema in Teilbild a) zeigt die Positionierung der Säulen auf dem Hallkreuz am Beispiel von fünf Säulen die nach dem Muster der Augen eines Würfel-Fünfers angeordnet sind. In Teilbild b) ist die REM-Aufnahme einer fertigen Struktur mit ca. 800 nm Kreuzbreite gezeigt, die elektrolytisch abgeschiedenen Ni-Säulen haben einen Durchmesser von etwa 200 nm und eine Höhe von ca. 350 nm. Die LLG-Simulation in unteren Teilbild c) zeigt die Streufeldkomponente H_z senkrecht zur Sensorfläche für eine Anordnung von fünf Säulen nach dem beschriebenen Muster. Die Sensorfläche liegt dabei 40 nm unter der Oberfläche. Besondere Bedeutung für das Einkoppeln des Streufeldes in den Sensor hat der Vorzeichenwechsel, den das Streufeld bereits in geringer Entfernung vom Zentrum des Säulen-Arrays vollzieht. (Simulation: A. Bauer in [93]).

Zum leichteren Verständnis der Hallkurven beim Ummagnetisieren kleiner Arrays ist es sinnvoll, sich zunächst klar zu machen, wie dieser Prozess grundsätzlich abläuft und welche Parameter dabei eine Rolle spielen. Von besonderer Bedeutung beim Durchlaufen der Hysterese ist die magnetostatische Wechselwirkung der einzelnen Säulen untereinander. Diese Wechselwirkung ist eine Folge der Streufelder der einzelnen Säulen. Betrachtet man die Teilchen des Arrays vereinfachend als schaltbare magnetische Dipole (man beachte dazu auch Abschnitt 5.2.1), dann ergibt sich die Feldstärke am Ort jeder Säule als die Summe des von außen angelegten Magnetfeldes und den Dipolfeldern der übrigen Säulen in der jeweils aktuellen Magnetisierung. Im einfachsten Fall – wenngleich diese Konfiguration keineswegs immer als remanenter Zustand existiert (siehe Abbildung 5.13 und z. B. [94] oder [45]) – sind bei ausgeschaltetem externen Feld alle Dipole in die gleiche Richtung ausgerichtet.

In Abbildung 5.10 c) ist für diese Situation die z-Komponente des Streufeldes dargestellt, das fünf Säulen in der Anordnung der Augen eines Würfel-Fünfers in der Sensorebene (5.10 a)) hervorrufen. In dieser Anordnung erfährt jeder Dipol ein Gegenfeld, das durch die anderen Dipole hervorgerufen wird, wobei das Gegenfeld für den zentralen Dipol am größten ist. Betrachtet man den Verlauf der Hallspannung während des Ummagnetisierens (siehe Abbildung 5.11, rote Kurve), dann lässt sich der erste Sprung im Hallsignal (aus der Sättigung kommend bei einem Gegenfeld von nur etwa 10 mT) durch das Schalten der mittleren Säule erklären. Die grüne Kurve in Abbildung 5.11 zeigt das magnetische Moment, das sich bei einer Simulation³ der Ummagnetisierung eines Arrays von fünf Säulen mit vergleichbaren Abmessungen ergibt.

Hat die mittlere Säule erst einmal geschaltet, dann stabilisiert sie die übrigen Säulen durch ihr Streufeld, das für die anderen Säulen in Richtung der Magnetisierung zeigt und damit das externe Gegenfeld etwas abschwächt. Deshalb schaltet der nächste Dipol erst wenn das Feld deutlich erhöht wird, was sich durch ein ausgeprägtes Plateau in der Messkurve bemerkbar macht. Diese Konstellation stabilisiert die beiden benachbarten äußeren Dipole durch die neue Orientierung des Streufeldes deutlich mehr als die diagonal auf der anderen Seite stehende Säule. An der relativ schmalen Stufe erkennt man, dass letztere sehr bald nach der zweiten Säule ihre Magnetisierung in die Richtung des externen Feldes schaltet. Diese neue Konfiguration, bei der bereits drei Säulen entlang einer Diagonalen umgeschaltet sind, sollte der Simulation entsprechend etwas stabiler sein als der vorherige Zustand, und damit zu einem etwas breiteren Plateau führen. Dass dies für die Messung nicht der Fall ist, liegt an statistischen Abweichungen, die sich durch kleine Unterschiede der Säulen

³Für die Simulation wurde ein von Andreas Bauer entwickeltes C-Programm verwendet. Dieses erlaubt es Hystereseschleifen für Säulen-Arrays zu simulieren und die Schaltreihenfolge der Teilchen zu bestimmen. Für die Schaltfeldstärke der Säulen wurde das experimentell ermittelte Schaltfeld einer einzelnen Säule verwendet. Zur Reduzierung einer unrealistischen Symmetrie wurde ein leicht variiertes Schaltfeld um etwa drei Prozent für die einzelnen Säulen angenommen. Die Wechselwirkung der Säulen untereinander wird dabei durch einfache Dipolfelder, die von jeder Säule ausgehen, realisiert.

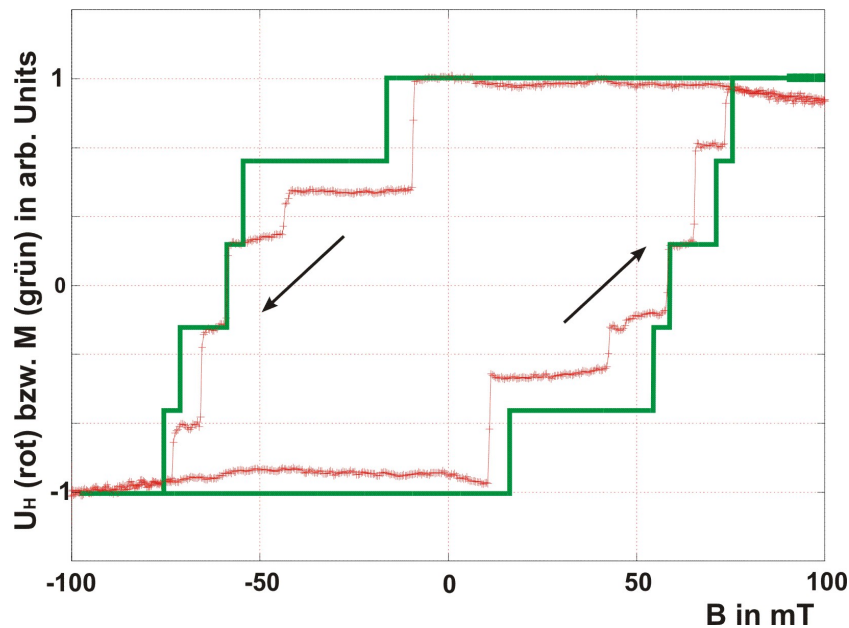


Abbildung 5.11: Die Hysteresekurve von Arrays aus fünf Säulen in der Anordnung von Abbildung 5.10 bei der out-of-plane Ummagnetisierung ist sowohl bei der Messung (Hallspannung U_H , rote Kurve) als auch bei der Simulation (Magnetisierung M , grüne Kurve) durch fünf diskrete Sprünge gekennzeichnet, die vom Schalten der einzelnen Säulen herrühren. Bemerkenswert ist vor allem die gute Übereinstimmung der Schaltfelder zwischen Messung und Simulation. Wie im Text näher ausgeführt ist, kann diese Schalt-Abfolge durch die Wechselwirkung der Säulen untereinander erklärt werden (Simulation und Messung: A. Bauer in [93]).

bei der Herstellung ergeben. Im Ummagnetisierungs-Verhalten von kleiner werden den Nanomagneten spielen diese kaum vermeidbaren individuellen Unterschiede eine immer wichtigere Rolle (vergleiche dazu Abschnitt 5.2.1). In verhältnismäßig rascher Abfolge schalten schließlich noch die beiden verbleibenden Säulen und das Array ist damit vollständig in Richtung des externen Magnetfeldes magnetisiert.

Während die Stufenbreite also die Wechselwirkung der Dipole widerspiegelt, kommt wegen der diskutierten Abhängigkeit des Hallsignals von der Säulenposition auch der Stufenhöhe in der Messung eine Bedeutung zu (In der Simulation wird die Magnetisierung betrachtet, weshalb jede Säule den gleichen Anteil an der Sättigungsmagnetisierung liefert, was gleichbedeutend mit einer einheitlichen Stufenhöhe ist). Ein möglicher Grund für die nicht einheitlichen Stufenhöhen können einerseits kleine Unterschiede in Form und Größe der Säulen sein. Andererseits kommen auch graduelle Magnetisierungsänderung der übrigen Säulen beim Schalten einer Säule Frage, da die Partikel während des Ummagnetisierens sicher nicht ständig vollkommen homogen magnetisiert sind (siehe Abschnitt 5.2.1). Als weitere wichtige Ursache für Unterschiede in den Stufenhöhen kommt jedoch auch das positionsabhängige Einkoppeln der Streufelder der verschiedenen Säulen in Frage.

Wie bedeutend die Position der Säulen auf dem Kreuz für die Stufenhöhe im Hallsignal sein kann, ja dass sogar eine Umkehrung des Vorzeichens möglich ist, er-

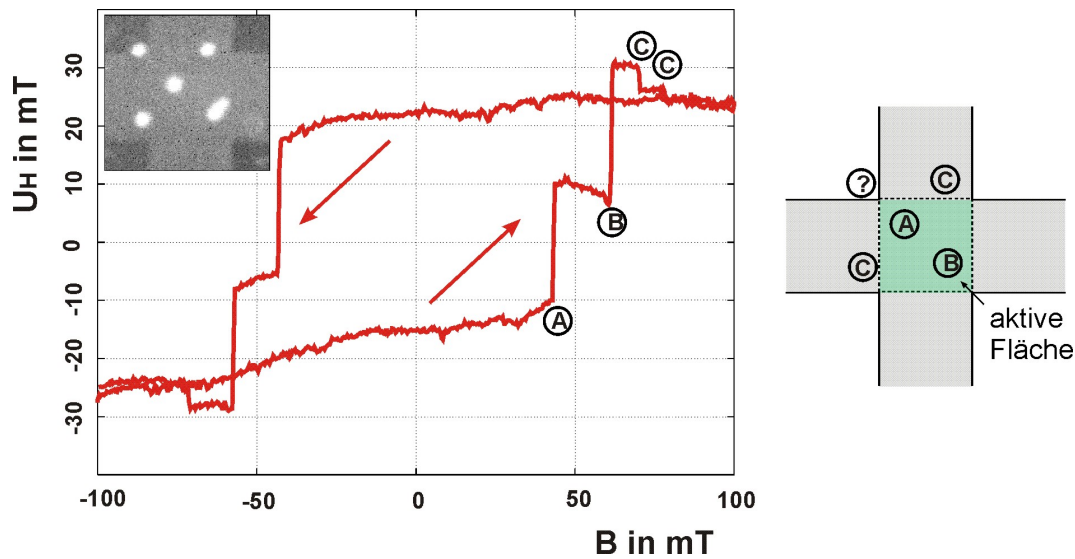


Abbildung 5.12: Die Stufenhöhe im Hallsignal bei der Ummagnetisierung von kleinen Arrays ist vor allem durch die Position der jeweiligen Säulen bezüglich der aktiven Fläche bestimmt. Wie in der Simulation von Abbildung 5.10 c) zu erkennen ist, kann bereits in geringer Entfernung vom Zentrum des Säulen-Arrays ein Vorzeichenwechsel der z -Komponente des Streufeldes erfolgen. Im Fall eines nicht zentral über dem Sensor platzierten Arrays (siehe REM-Bild im Inset der Hauptgrafik und Schema auf der rechten Seite, die Größe der aktiven Fläche beträgt ca. $800\text{ nm} \times 800\text{ nm}$) wirkt sich dieser Vorzeichenwechsel deutlich auf den Verlauf der Hallspannung aus. Die in der Grafik gezeigte Hysteresekurve lässt sich vor diesem Hintergrund folgendermaßen interpretieren: Aus der Sättigung kommend schaltet im moderaten Gegenfeld aufgrund der magnetostatischen Wechselwirkung mit den übrigen Partikeln zunächst die zentrale Säule. Die damit verbundene Streufeldänderung führt aufgrund der Säulenposition über der aktiven Fläche zu einem deutlichen Sprung in der Hallspannung (A). Da der nächste Sprung in der Hysterese eine vergleichbare Größe aufweist, kommt dafür nur das Schalten der ebenfalls über der aktiven Fläche positionierten Säule (B) in Frage. Die Wechselwirkung der Säulen würde anschließend ein Schalten des diagonal gegenüber liegenden Teilchens begünstigen, jedoch ist die Einkopplung der mit (?) gekennzeichneten Säule so gering, dass dieser Vorgang nicht in der Hallspannung zu beobachten ist. Anschließend schalten die beiden mit (C) gekennzeichneten Säulen mit jeweils einem Sprung in die entgegengesetzte Richtung wie die ersten beiden Stufen. Das Vorzeichen dieser Sprünge ist wieder mit der Position der Säulen bezüglich der aktiven Fläche zu erklären (vergleiche Abbildung 5.9 d)), wobei nicht zugeordnet werden kann, welche der beiden zuerst schaltet. Bemerkenswert ist vor allem die Tatsache, dass in dieser Anordnung der Säulen nach dem Schalten der ersten beiden Säulen der Netto-Fluss durch die aktive Fläche größer ist, als im Fall des gesättigten Arrays (Messung: A. Bauer in [93])

kennt man sehr gut anhand von Abbildung 5.12. Die Messung wurde mit einer Probe gemacht, bei der die fünf Säulen deutlich von der symmetrischen Lage der bisher vorgestellten Messung abweichen (siehe REM-Aufnahme im Inset von Abbildung 5.12). Die Umkehrung des Vorzeichens ist leicht zu verstehen, wenn man die Streufeldsimulation des Dipolarrays von Abbildung 5.10 c) betrachtet. Dort erkennt man, dass um jede Säule ein Bereich existiert, in dem die z -Komponente des Streufeldes das umgekehrte Vorzeichen hat wie unmittelbar unter den Magneten. Befindet sich nun eine Säule so weit neben der aktiven Fläche des Kreuzes, dass nur dieser Anteil des

Streufeldes in den Sensor einkoppelt, dann verursacht dies in der Hallspannung eine Signaländerung die im Vergleich zur üblichen Magnetisierungs-Hysteresse das entgegengesetzte Vorzeichen ergibt. Vor diesem Hintergrund wird auch verständlich, dass die bei der Messung der Magnetisierung praktisch immer vorhandene Monotonie von Hysteresekurven bei Mikro-Hall-Messungen keineswegs immer gegeben ist [95]. Insbesondere die relative Lage des Nanomagneten zur aktiven Fläche, sowie deren Orientierung zur Richtung des externen Feldes spielen eine wichtige Rolle für das Auftreten von nicht-monotonen Hysteresekurven bei der Mikro-Hall-Magnetometrie [81, 78].

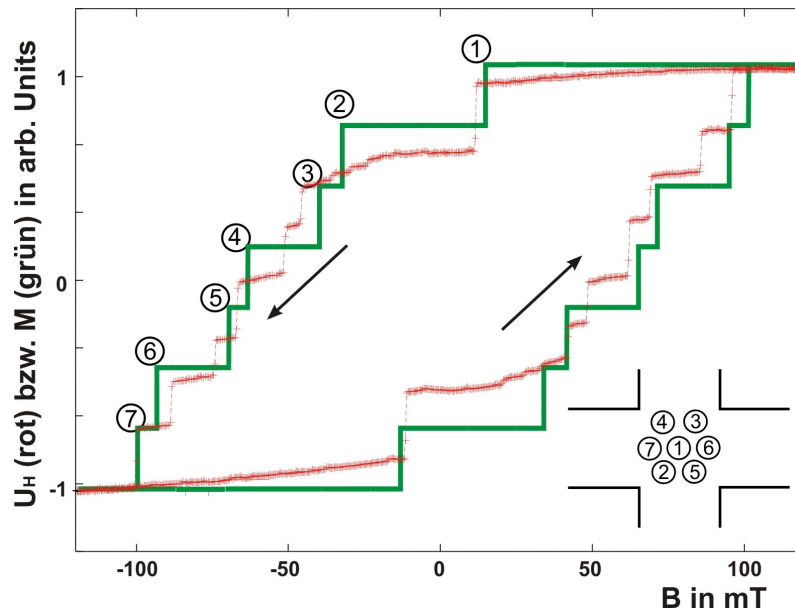


Abbildung 5.13: Auch für Arrays aus sieben Säulen in der im Inset gezeigten Anordnung ist bei der out-of-plane-Ummagnetisierung eine gute Übereinstimmung zwischen der Messung (Hallspannung U_H , rote Kurve) und der Simulation (Magnetisierung M , grüne Kurve) zu beobachten. Die Kurven sind durch sieben diskrete Sprünge gekennzeichnet, die vom Schalten der einzelnen Säulen herrühren. Bemerkenswert ist auch hier vor allem die gute Übereinstimmung der Schaltfelder zwischen Messung und Simulation. In Analogie zu den Arrays mit fünf Säulen, kann die Schalt-Abfolge durch die Wechselwirkung der Säulen untereinander erklärt werden. Auffällig ist jedoch, dass in diesem Fall die sechs äußeren Magneten ein ausreichend starkes Streufeld hervorrufen, um die zentrale Säule bereits vor dem Nulldurchgang des externen Feldes zu schalten. (Simulation und Messung: A. Bauer in [93]).

Vergleichbare Untersuchungen wie an den Arrays mit fünf Säulen wurden auch an anderen Säulenarrangements durchgeführt. In Abbildung 5.13 ist exemplarisch das Verhalten für ein Array aus sieben Säulen in hexagonaler Anordnung (siehe Inset) dargestellt. Die Argumentation für die Stufenbreite und Stufenhöhe erfolgt in Analogie zum Fall mit dem Array aus fünf Säulen. Bemerkenswert ist jedoch, dass die zentrale Säule bereits vor dem Nulldurchgang des externen Feldes schaltet, da die sechs äußeren ein ausreichend starkes Streufeld hervorrufen, das dem externen Feld entgegengerichtet ist.

Grenzen der Messmethode

Beim praktischen Einsatz der Mikro-Hall-Magnetometrie stellt sich immer wieder die Frage nach den Grenzen dieser Methode. In einer aktuellen theoretischen Arbeit untersuchten Jin und Li [96] die Auflösungsgrenze für Hall-Magnetometer mit Abmessungen in der Größenordnung von 10 nm und einer Tiefe des 2DEGS von wenigen Nanometern. Darüber hinaus gehen sie von sehr tiefen Temperaturen aus, da nach ihrer Abschätzung sonst das thermische Rauschen die Sensitivität der Sonde begrenzt. Während aufgrund dieser prinzipiellen Überlegungen sogar die Messung eines einzelnen Elektronenspins möglich erscheint, zeigen die bisherigen Ausführungen in diesem Kapitel die entscheidenden Hindernisse auf dem Weg dahin. So konnte beispielsweise gezeigt werden, dass für niedrige Ladungsträgerdichten und extrem kleine Kreuze nicht das thermische Rauschen die Hauptquelle für Signalstörungen darstellt (vergleiche dazu auch [45]). Hinzu kommt, dass die Verarmungslänge immer endliche Eckenradien zur Folge hat, weshalb die geforderten Kreuzabmessungen in GaAs/AlGaAs-Systemen grundsätzlich nicht zu realisieren sind.

In der Literatur finden sich Experimente, bei denen die bei tiefen Temperaturen erreichte Sensitivität von 2DEG-Hallsensoren mit Abmessungen von ca. $1\text{ }\mu\text{m} \times 1\text{ }\mu\text{m}$ mit etwa $1\text{ }\mu\text{T}$ bis $10\text{ }\mu\text{T}$ angegeben wird [97, 79]. Eine grobe Abschätzung der besten in dieser Arbeit eingesetzten Kreuze mit Abmessungen von etwa $800\text{ nm} \times 800\text{ nm}$ ergibt eine Sensitivität von nicht mehr als $100\text{ }\mu\text{T}$. Die Empfindlichkeit nimmt jedoch bei kleiner werdenden Kreuzen schnell ab, so dass diese Abweichung zumindest teilweise erklärbar ist. So ergibt sich beispielsweise in dieser Arbeit für Sensoren mit geometrischen Abmessungen von ungefähr $400\text{ nm} \times 400\text{ nm}$ bereits eine um etwa eine Größenordnung geringere Magnetfeld-Auflösung als für die $800\text{ nm} \times 800\text{ nm}$ großen Kreuze. Da die Signalgröße durch den über die Sensorfläche gemittelten Fluss bestimmt wird und dieser sich für homogene Felder bei Verkleinerung der Kreuze nicht ändert, ist damit das S/R-Verhältnis ebenfalls entsprechend schlechter⁴. Das Einkoppeln der inhomogenen Streufelder von sehr kleinen Magneten (siehe 5.1.4) hat jedoch eine starke Abhängigkeit des mittleren Flusses von der Größe der aktiven Fläche zur Folge, weshalb für kleine Partikel bei kleiner werdenden Sensoren neben dem Rauschen auch die Signalgröße deutlich zunimmt. Für diese Teilchen gilt es daher einen Kompromiss zu finden, bei dem jeweils das beste S/R-Verhältnis resultiert⁵ (vergleiche dazu auch [67]). So haben sich beispielsweise bei GaAs/AlGaAs Sonden – für die Messung von Nanomagneten aus Permalloy und Nickel mit Abmessungen von wenigen hundert Nanometern – Kreuze mit geometrischen Abmessung von 800 nm bis hinab zu minimal 500 nm als am besten geeignet erwiesen. Interessant ist auch, dass sehr kleine Sonden, die aus Ausgangsmaterialien mit höheren La-

⁴Dies gilt natürlich nur für einen unveränderten Messstrom (vergleiche dazu Abschnitt 5.1.1).

⁵Der Spin eines einzelnen Elektrons verursacht bei einer aktiven Fläche von $10\text{ nm} \times 10\text{ nm}$ und 5 nm 2DEG-Tiefe einen mittleren Fluss von $\simeq 8.5\text{ }\mu\text{T}$ [96]. Bei dieser Messung müssten also diese extrem kleinen Sonden die Sensitivität der besten „großen“ Kreuze der vorliegenden Arbeit noch um etwa eine Größenordnung übertreffen.

Trägerdichten hergestellt wurden, tendenziell bessere Eigenschaften aufweisen. Dies ist insbesondere bemerkenswert, weil häufig die geringe Ladungsträgerdichte, die zu sehr hohen Hallkoeffizienten führt, als einer der Hauptvorteile von 2DEG-Sensoren im Vergleich zu metallischen Sonden gewertet wird. Ein höherer möglicher Sondenstrom (vergleiche Abschnitt 5.1.1) scheint den Nachteil eines geringeren Hallkoeffizienten aber mehr als auszugleichen, so dass sich insgesamt für etwas höhere Elektronendichten ein leicht verbessertes S/R-Verhältnis ergibt. Versuche mit höher dotierten Materialien könnten Aufschluss darüber geben, ob sich damit kleinere Hallsonden mit verbesserten Eigenschaften herstellen lassen. Zumindest für höhere Temperaturen scheint sich diese Vermutung bei Messungen von K. S. Novoselov *et al.* [97] bereits an größeren Kreuzen ($0,5\ \mu\text{m}$ bis $1,6\ \mu\text{m}$) zu bestätigen. Die Gruppe erreicht die beste Sondenqualität bei Raumtemperatur durch die Verwendung hoch dotierter Heterostrukturen mit Ladungsträgerdichten von mehr als 10^{12} cm^{-2} .

5.2 Ergebnisse aus der Magnetometrie

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse vorgestellt, die durch den Einsatz der Mikro-Hallsonden als Magnetometer bei der Vermessung von Nanomagneten erzielt wurden. Zunächst werden die Untersuchungen an den bereits im vorigen Abschnitt erwähnten elektrolytisch abgeschiedenen Nickel-Säulen vorgestellt.

5.2.1 Messungen an Nickelsäulen

Während in Abschnitt 5.1 nur Nickelsäulen betrachtet wurden, die als eindomänig angenommen werden konnten, wird hier gezeigt, dass dies keineswegs immer der Fall sein muss. Interessanterweise ist das Verhalten auch für nominell gleiche Säulen nicht immer gleich, was bei magnetischen Strukturen mit Abmessungen in der Größenordnung von 100 nm eine durchaus häufig beobachtete Erscheinung ist. In diesen Fällen liefert die Mikro-Hall-Magnetometrie als Messmethode zur Untersuchung individueller Nanomagnete wichtige Ergebnisse, die bei integralen Messmethoden nicht zu erzielen sind, da dabei eine sehr große Anzahl von nominell identischen Strukturen gleichzeitig vermessen wird (siehe dazu auch Abschnitt 5.2.2 und [67]). Da der Abstand der Strukturen bei den integralen Methoden nicht beliebig groß gewählt werden kann, verfälscht zusätzlich zu Mittelungseffekten – insbesondere bei Magneten mit starken Streufeldern – die Dipol-Dipol-Wechselwirkung (siehe Abschnitt 5.1.4) der Strukturen die Messungen.

Abbildung 5.14 zeigt die Hysteresekurven von großen ($1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$) Arrays aus Permalloy-Säulen mit unterschiedlichem Säulenabstand [63]. Vergleicht man diese Kurven mit den Hysteresekurven der Abbildungen 5.11 (5 Säulen) und 5.13 (7 Säulen), so erkennt man, dass mit zunehmender Säulendichte die Hystereseschleife immer mehr den Rechteck-Charakter verliert, d. h. das Koerzitivfeld und die Remanenz-Magnetisierung nehmen ab, während die zur Sättigung benötigte

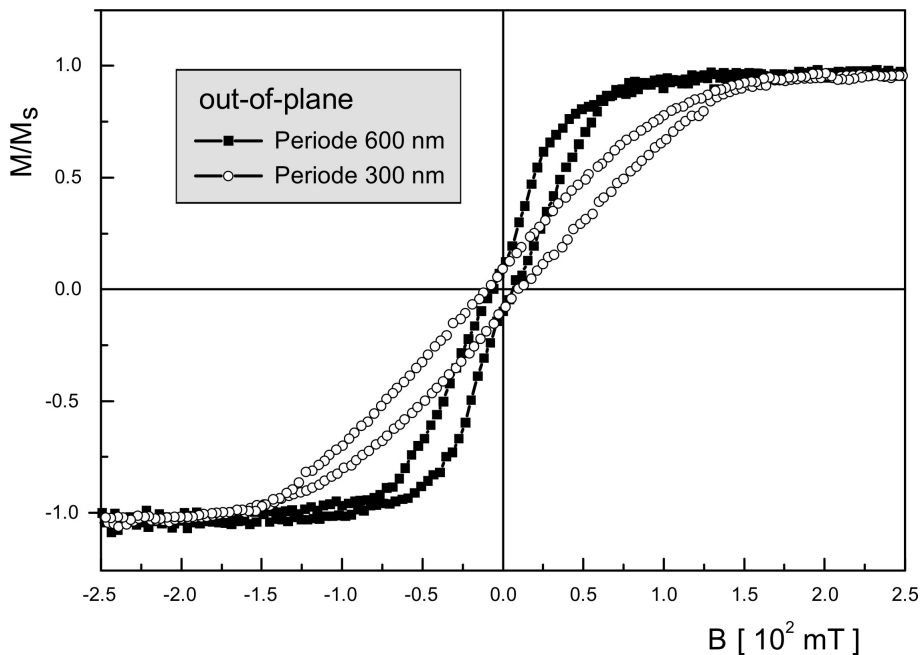


Abbildung 5.14: Die Ummagnetisierungskurven von elektrolytisch abgeschiedenen periodischen Arrays ($1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$) aus Permalloysäulen (Durchmesser 140 nm und 380 nm Höhe) zeigen eine deutliche Abhängigkeit vom Abstand der Säulen untereinander. Je näher die Säulen zusammen stehen, desto stärker wird die magnetostatische Wechselwirkung zwischen ihnen. Die stärkere Wechselwirkung führt dazu, dass beim Array mit 300 nm Periode die ersten Säulen bereits deutlich früher schalten als beim Array mit 600 nm Periode. Infolge der zunehmenden Wechselwirkung verliert die Hystereseschleife immer mehr den Rechteck-Charakter und die Eigenschaften einer einzelnen Säule werden immer mehr vom Verhalten des Kollektives überdeckt (AGM-Messung aus [63]).

Feldstärke immer weiter zunimmt. Durch diesen Effekt werden die Eigenschaften einer einzelnen Säule immer mehr vom Verhalten des Kollektives überdeckt.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit konnte jedoch gezeigt werden, dass dieses „Aufweichen“ der Hysteresekurven nicht nur auf die Wechselwirkung der Säulen untereinander zurückzuführen ist, sondern dass auch große Unterschiede im Ummagnetisierungsverhalten einzelner, nicht wechselwirkender Säulen mit nominell gleichen Abmessungen auftreten. Außerdem sind die Säulen nicht im strengen Sinn eindomänig, sie liegen vielmehr in einer Konfiguration mit fließender Magnetisierungsstruktur vor (vergleiche Abschnitt 3.1). Wie man beispielsweise in Abbildung 5.13 erkennen kann, verlaufen die Plateaus zwischen den Stufen nicht völlig waagrecht, sondern weisen eine endliche Steilheit zwischen den Sprüngen auf. Nun kann zwar von der Streufeldhysterese nicht ohne Weiteres auf den Verlauf der Magnetisierungshysterese geschlossen werden, dennoch liegt es nahe, dass in diesem Fall auch die Magnetisierung ein ähnliches Verhalten zeigt. Diese kontinuierliche Veränderung der Magnetisierung ist typisch für fließende Magnetisierungsstrukturen und spiegelt die reversible Rotation der magnetischen Momente wider, die zwischen irreversiblen Konfigurationsänderungen auftreten (hier das Schalten einzelner Säulen). Dieses

„Eindrehen“ der Magnetisierung zur Verminderung des Streufeldes ist häufig auch bei einzelnen Säulen beobachtbar, wobei aber die Ausprägung einerseits stark von den Abmessungen bestimmt wird, andererseits aber auch durch minimale strukturelle Unterschiede bei nominell gleichen Säulen geprägt ist. In Simulationen mit dem LLG Micromagnetics Simulator [98], wurden von A. Bauer numerische Rechnungen⁶ zur Untersuchung der Magnetisierungsstruktur von Nickelsäulen unterschiedlicher Abmessungen durchgeführt (Details zur Simulation siehe [93]). Demnach ergibt sich für Säulen mit ähnlichen Abmessungen wie in den Experimenten (100 nm Durchmesser und 350 nm Höhe) eine sehr interessante Magnetisierungsstruktur. In Remanenz bilden sich an den Enden der Säule Wirbelstrukturen aus (siehe auch Abschnitt 5.2.2), während im übrigen Zylinder eine weitgehend parallele Stellung der magnetischen Momente entlang der Zylinderachse vorherrscht (vergleiche Abbildung 5.15). Auch R. Hertel *et al.* beobachten bei ihren Simulationen zur Ummagnetisierungsdynamik weichmagnetischer Nanozylinder die Ausbildung dieser Abschlusswirbel [99].

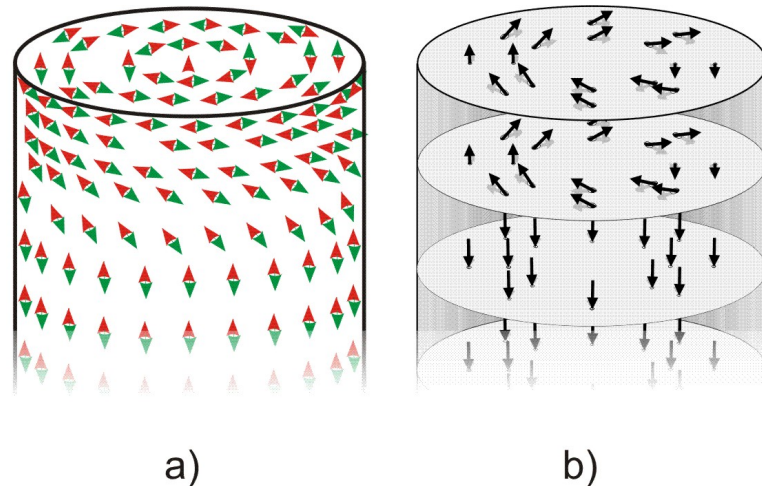


Abbildung 5.15: Bei verschiedenen mikromagnetischen Simulationen zum Magnetisierungsverhalten weichmagnetischer Nanozylinder ergeben sich während der Ummagnetisierung entlang der Zylinderachse Abschlusswirbel an den Enden der Zylinder. Während Teilbild a) den Magnetisierungswirbel anhand der magnetischen Momente an der Oberfläche eines Zylinders illustriert, zeigt Teilbild b) schematisch den Verlauf der Magnetisierung im Inneren des Zylinders. Im Zentrum der Säule verläuft die Magnetisierung parallel zur Zylinderachse und bildet den so genannten Wirbelkern.

Anhand dieser charakteristischen Magnetisierungskonfigurationen lässt sich das Verhalten der Säulen beim Ummagnetisieren entlang der Zylinderachse nachvollzie-

⁶Grundlage für dieses Programm ist eine Implementierung der Landau-Lifshitz-Gilbert-Gleichungen. Den Gleichungen zufolge stellt eine stabile Magnetisierungsstruktur ein lokales Minimum der freien Energie des Systems dar. Das Programm benutzt das Verfahren der finiten Elemente um den simulierten Raum zu diskretisieren. In jeder dieser Raumzellen ist ein magnetisches Moment platziert, das über die Energiefunktion mit allen anderen Momenten in Wechselwirkung tritt.

hen. Solange man sich im Bereich der Sättigung befindet, sind alle Spins nahezu parallel zum Feld ausgerichtet, lediglich an den Enden der Säule tritt bei moderaten Feldstärken eine *Flower-Struktur* auf (in Analogie zu Abbildung 3.1). Wird das Feld nun nach und nach erniedrigt, so beginnen sich die erwähnten Abschlusswirbel zu bilden und gewinnen bei weiterer Erniedrigung des externen Feldes an Ausdehnung entlang der Zylinderachse in Richtung Säulenmitte. Diese Phase entspricht einer kontinuierlichen, jedoch nur leichten Abnahme der Magnetisierung. Verringert man das Feld weiter, dann findet schließlich im Gegenfeld der Schaltvorgang statt, und die Magnetisierung springt in den Flower-Zustand oder in einen Zustand mit im mittleren Bereich umgekehrter Magnetisierung welcher noch Abschlusswirbel aufweist⁷. Auf diese Weise ergibt sich eine annähernd rechteckige Hysteresekurve.

Jedoch wurden bei den Mikro-Hall-Messungen zu dieser Arbeit auch Streufeld-Hysteresen an Säulen beobachtet, die nicht in das bisher beschriebene Schema der Magnetisierungsumkehr passen. Diese Teilchen kehren ihre Magnetisierung über zwei Sprünge um, wobei sich zwischen den Sprüngen das Streufeld nur sehr langsam ändert (siehe Abbildung 5.16, Typ II). Interessant ist in diesem Zusammenhang auch, dass eine Zuordnung dieses Schaltverhaltens zu einer bestimmten Säulendimension nicht möglich ist, sondern dass die beiden unterschiedlichen Mechanismen (ein Sprung oder zwei Sprünge) über einen weiten Parameterbereich koexistieren. So wurden beispielsweise bei den kleinen Säulenarrays des Abschnitts 5.1.4 Hysteresekurven beobachtet, bei denen die Zahl der Sprünge weder der einfachen noch der doppelten Zahl der Säulen entsprach, sondern einen Wert dazwischen ergab. Da die Säulen durch den Herstellungsprozess bedingt nahezu identische Abmessungen haben, ist dies ein starkes Indiz dafür, dass auch in den Arrays manche der Säulen diesen zweistufigen Schaltprozess durchliefen. Gleichwohl würden bei den Arrays auch Konfigurationsänderungen mit gleichbleibender Anzahl an bereits ummagnetisierten Säulen eine von der Säulenanzahl abweichende Zahl von Sprüngen in der Hysteresekurve verursachen. Weil aber eben auch bei einzelnen Säulen das Auftreten eines zweistufigen Ummagnetisierungsprozesses beobachtet wird, ist anzunehmen, dass auch bei den Arrays die individuelle Ummagnetisierungs-Charakteristik von einzelnen Säulen für die abweichende Zahl der Sprünge bei der Magnetisierungsumkehr verantwortlich ist.

Die Frage nach der Ursache einer Magnetisierungsumkehr über zwei Sprünge beantworten W. Wernsdorfer *et al.* [100] mit dem Auftreten einer an einem Defekt gepinnten Domänenwand während des Ummagnetisierens. In Simulationen der Ummagnetisierungsdynamik in Nickel-Nanodrähten von R. Hertel und J. Kirschner [101, 99] wird die Propagation einer Wand tatsächlich als einer von zwei möglichen Mechanismen der Magnetisierungsumkehr bestätigt, der vor allem beim Ummagnetisieren von dünnen Säulen auftritt. Der andere Mechanismus verläuft über die bereits

⁷Simulationen von A. Bauer [93] legen nahe, dass der Zustand unmittelbar nach dem Sprung eine starke Abhängigkeit vom Durchmesser der Säulen aufweist und sich bei Säulen mit 350 nm Höhe ab einem Durchmesser von etwa 50 nm die Abschlusswirbel unmittelbar nach dem Schaltvorgang bilden.

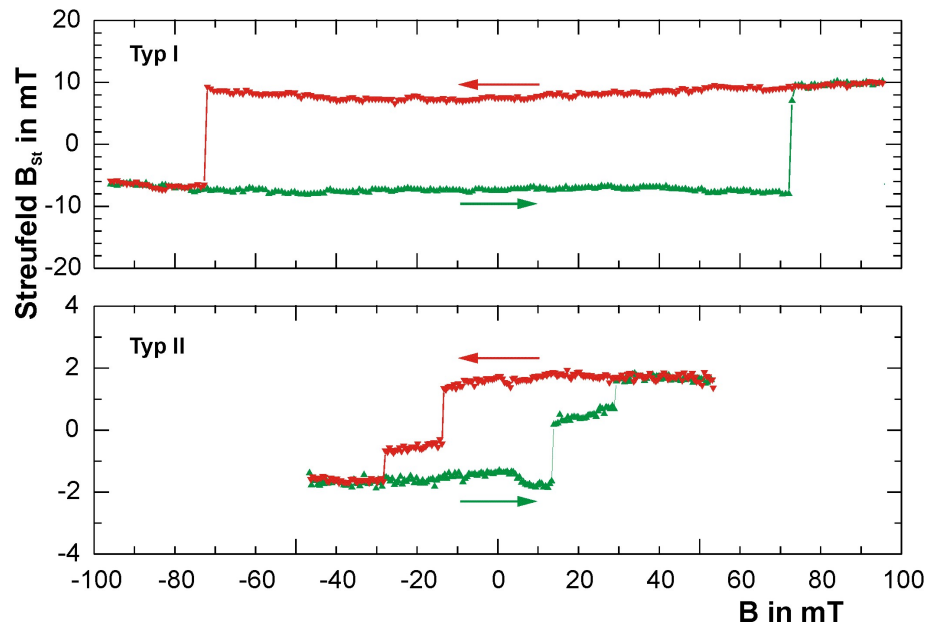


Abbildung 5.16: Bei den Mikro-Hall-Messungen dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Typen von Streufeld-Hysteresen an Nickel-Säulen beobachtet. Während sich bei Säulen des Typ I die Magnetisierung entlang der Zylinderachse mit einem Sprung in der Hysterese umkehrt, treten bei Säulen des Typ II zwei Sprünge auf, wobei sich zwischen den Sprüngen das Streufeld nur langsam jedoch kontinuierlich ändert. Eine Zuordnung des unterschiedlichen Schaltverhaltens zu einem bestimmten Bereich der Säulenabmessungen ist nicht möglich und auch eine definitive Klärung der Ursache für dieses Phänomen konnte bisher nicht gefunden werden (siehe Text). Die Abbildung zeigt jeweils ein typisches Beispiel für die beiden Kategorien von Streufeldhysteresen, die an vergleichbaren Säulen (ca. 350 nm Höhe und etwa 150 nm Durchmesser) bei 35 K gemessen wurden.

beschriebene Ausbildung von Abschlusswirbeln an den Säulenenden. Als Folge des Pinnens einer Wand sollte, wie von der Gruppe um W. Wernsdorfer beobachtet, die Magnetisierung zwischen den zwei Sprüngen nahezu unverändert bleiben. Dies ist aber bei den Hysteresekurven der in dieser Arbeit vermessenen Säulen nicht der Fall, wie man in [Abbildung 5.16](#) an der mit Typ II bezeichneten Kurve erkennen kann. Vielmehr tritt hier zwischen den Sprüngen eine nahezu lineare Abhängigkeit der Magnetisierung (oder besser des Streufeldes) vom externen Feld auf.

Als Ursache für diese spezielle Form der Hysteresekurve kommt wohl am ehesten eine Magnetisierungsumkehr über eine Curling-artige Konfiguration (vergleiche [Abbildung 5.19 b](#))) als Zwischenzustand in Frage. Diese weist große Ähnlichkeit mit der Vortex-Konfiguration auf, die vor allem in flachen Scheiben auftritt und in [Abschnitt 5.2.2](#) genauer erläutert wird. Nimmt man diesen Curling-Zustand als Zwischenzustand für die Säulen an, dann orientieren sich die magnetischen Momente immer stärker entlang des zunehmenden externen Feldes und das Streufeld ändert sich während dieser Phase kontinuierlich, wie dies in den Mikro-Hall-Messungen an den Teilchen vom Typ II beobachtet wird. Demnach wäre der erste Sprung in der Hysteresekurve dem Übergang in den Curling-Zustand zuzuschreiben,

während der zweite Sprung die Aufgabe der Curling-Konfiguration zu Gunsten einer weitgehend gesättigten Konfiguration bedeutet. Da die Verkippung der Spins im Curling-Zustand bis zum zweiten Sprung eine reversible Drehung darstellt, sollte es möglich sein, vor Erreichen des Sprunges einen Teil der Kurve in umgekehrter Sweep-Richtung durchlaufen zu können. In der Tat kann dieses Verhalten beobachtet werden, wie Abbildung 5.17 anhand der beiden blauen Kurven zeigt. Diese so genannten *minor loops* der Hysteresekurve laufen auf der Geraden entlang der Plateaus über den Feldwert des ersten Sprunges hinaus, um kurz vor dem Nulldurchgang des externen Feldes wieder in den nahezu gesättigten Zustand zurückzuspringen. Wie man in der Abbildung leicht erkennt, liegen die beiden Plateaus auf einer gemeinsamen Linie (gestrichelte Linie in der Abbildung) die ziemlich genau durch den Ursprung verläuft. Dies ist ein weiteres wichtiges Indiz dafür, dass es sich tatsächlich um einen Curling-Zustand handeln könnte, da diese Konfiguration im Nullfeld weitgehend streufeldfrei sein sollte.

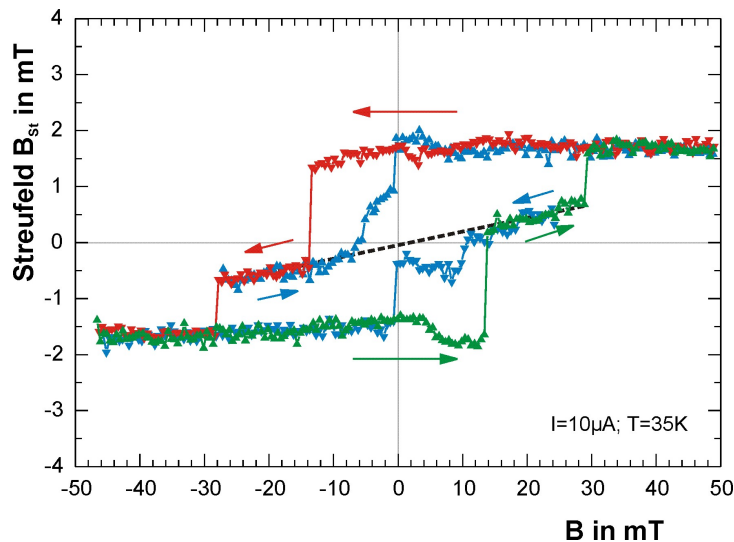


Abbildung 5.17: Die Messung von minor loops erlaubt es die Reversibilität von bestimmten Abschnitten der Magnetisierungsumkehr zu überprüfen und kann zudem in vielen Fällen Hinweise auf die zugrundeliegenden Magnetisierungskonfigurationen geben. So kann z. B. bei den Säulen von Typ II die Sweeprichtung vor Erreichen des zweiten Sprunges umgekehrt werden, um zusätzliche Informationen über den Zwischenzustand zu erhalten. In der Abbildung erkennt man deutlich, dass die auf diese Weise aufgezeichneten blauen Kurven die beiden Plateaus auf einer gemeinsamen Geraden (gestrichelte Linie) in Richtung des Koordinatenursprungs verlängern. Dieses Verhalten kann als wichtiges Indiz dafür gewertet werden, dass es sich bei dem Zwischenzustand der Typ II-Säulen um einen Curling-Zustand handelt (Messung aus [62]).

D. Schuh führte winkelabhängige Mikro-Hall-Messungen an derartigen Säulen durch [62] und fand eine sehr gute Übereinstimmung der Schaltfelder für den ersten Sprung seiner Hysteresekurven mit den Werten, die sich bei Wernsdorfer *et al.* für den Übergang in den Curling-Zustand beim Ummagnetisieren langer Nanodrähte ergeben [102]. Diese Übereinstimmung der Winkelabhängigkeit ist ein weiterer Beleg

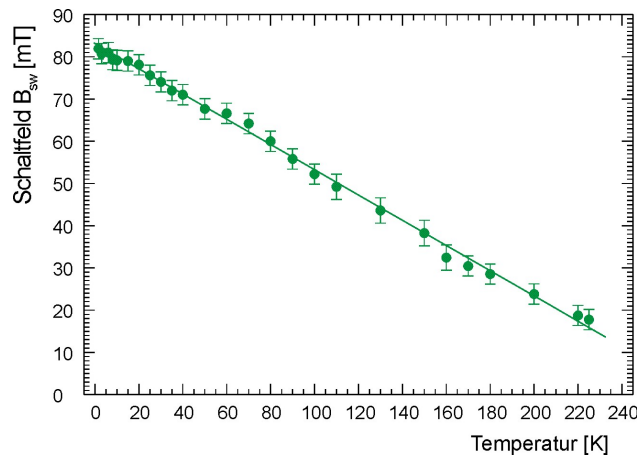


Abbildung 5.18: Der Graph zeigt die weitgehend lineare Abhängigkeit des Schaltfeldes von der Temperatur für eine Säule des Typs I (rechteckige Hysteresekurve) beim Ummagnetisieren entlang der Säulenachse. Anderen Säulen des gleichen Typs zeigen zwar durchaus auch davon abweichende Temperaturabhängigkeiten, es lässt sich jedoch keine davon mit thermisch aktiviertem Schalten über eine einzelne Energiebarriere in Einklang bringen.

dafür, dass auch die hier untersuchten Säulen mit einem Aspektverhältnis von etwa zwei über einen Curling-Zustand ummagnetisieren.

Was aber ist der Grund dafür, dass für manche der Säulen die Magnetisierungsumkehr über diesen curling-artigen Zwischenzustand erfolgt, während andere eine rechteckige Hysteresekurve aufweisen? Einen ersten Hinweis darauf, dass es sich trotz der nahezu rechteckigen Streufeldhysteresekurve nicht um einen einfachen eindomänen Ummagnetisierungsprozess handelt, gibt die Temperaturabhängigkeit der Schaltfelder bei diesen Teilchen. In [Abbildung 5.18](#) ist diese exemplarisch für eine Säule des Typs I dargestellt, bei der sich eine weitgehend lineare Abhängigkeit ergibt. Jedoch treten bei anderen Säulen dieses Typs durchaus auch davon abweichende Temperaturabhängigkeiten auf. Keine dieser beobachteten Abhängigkeiten lässt sich jedoch mit dem thermisch aktivierten Schalten der Magnetisierung über eine einzelne Energiebarriere in Einklang bringen, wie sie das Néel-Brown-Modell für eindomäniges Schalten prognostiziert und wie dies beispielsweise von W. Wernsdorfer et al. an allerdings wesentlich kleineren (15 nm bis 30 nm) magnetischen Partikeln beobachtet wurde. [\[103\]](#).

Diese Beobachtung legt nahe, dass die Magnetisierungsumkehr der Säulen vom Typ I über einen grundsätzlich anderen Mechanismus erfolgt, der beispielsweise von Defekten, den Säulenenden oder der Oberfläche der Säule beeinflusst sein könnte.

Zunächst wurde vermutet, dass sich eine antiferromagnetische Nickeloxid-Schicht an der Oberfläche der Säulen bildet, welche die Magnetisierung etwas festhalten kann [\[77\]](#). Da die unterschiedlichen Säulen jedoch auf die gleiche Weise hergestellt wurden und insbesondere die einzelnen Säulen der kleinen Arrays stets die gleichen Umgebungsbedingungen erfahren haben, kann die bloße Existenz oder das Fehlen einer Oxidschicht nicht die Erklärung für den bevorzugten Weg der Magnetisierungsumkehr sein.

Das unterschiedliche Schaltverhalten der Säulen hat aber möglicherweise eine völlig andere Erklärung. Es gibt nämlich eine Schlüsselstelle in der Magnetisierungsumkehr der Säulen, die gleichsam als „Weiche“ für den Ummagnetisierungsprozess wirken könnte. Sowohl bei den Säulen mit rechteckiger Hysterese als auch bei der Magnetisierungsumkehr über den Curling-Zustand bilden sich in Remanenz die bereits beschriebenen Abschlusswirbel aus. Der Drehsinn dieser Wirbel ist aufgrund der Symmetrie des Problems nicht festgelegt und kann sich deshalb zufällig einstellen und zwar für beide Enden der Säule unabhängig. Demnach verläuft die Magnetisierungsumkehr bei Säulen mit gleichem Drehsinn der beiden Abschlusswirbel über die Curling-Konfiguration, während sich bei Säulen deren Abschlusswirbel entgegengesetzten Drehsinn aufweisen die Magnetisierung mit einer Hysterese des Typs I umkehrt (vergleiche Abbildung 5.19). Der Ablauf der Magnetisierungsumkehr folgt dabei dem oben beschriebenen Schema für die Erklärung der rechteckigen Hysteresekurven. Dadurch ergibt sich auf einfache Weise eine Erklärung für die relativ hohen Schaltfelder der Säulen vom Typ I. Einerseits könnte sich die Wirbel entlang der Zylinderachse nur unter einem erheblichem Aufwand an Austauschenergie ausdehnen. Andererseits ist ein Schalten der zwischen den Wirbeln liegenden Spins durch zwei Faktoren erschwert. Zum Einen ist eine kohärente Rotation der Momente in diesem Bereich kaum möglich, da sich keine bevorzugte Drehrichtung für einen derartigen Prozess ergibt. Vielmehr bedeutet anscheinend jede Verdrehung auch nur einer kleinen Gruppe von Spins einen beträchtlichen Zuwachs an Austauschenergie, ohne dass unmittelbar eine andere Energieform deutlich abnimmt. Zum Anderen verläuft im Zentrum entlang der gesamten Achse des Zylinders ein enger Bereich in dem die Magnetisierung noch in die ursprüngliche Richtung, also entgegen dem aktuell von außen angelegten Feld zeigt. Als Folge davon werden die zwischen den Wirbeln liegenden Spins zusätzlich in ihrer Lage entgegen der aktuellen Feldrichtung stabilisiert. Dies bedeutet insgesamt eine sehr hohe Energiebarriere und führt deshalb zu den beobachteten hohen Schaltfeldern der Typ I-Säulen.

Dagegen sollte bei Abschlusswirbeln mit gleichem Drehsinn die Energiebarriere in den Curling-Zustand deutlich geringer sein, da durch die beiden Abschlusswirbel die gleiche Rotationsrichtung für die dazwischen liegenden Spins begünstigt wird. Der Übergang vom Curling-Zustand in den nahezu gesättigten Zustand könnte durch das Schalten der zentralen magnetischen Momente entlang der Zylinderachse initiiert werden, da diese auch in diesem Fall zunächst noch in der ursprünglichen Feldrichtung ausgerichtet ist. Jedoch könnte dieses Schalten auch vor oder nach dem Sprung erfolgen, da dieser Vorgang nur eine sehr kleine Streufeldänderung bewirkt und damit in der Hysteresekurve kaum zu erkennen wäre.

An den Hysteresekurven des Typ I in den Abbildungen 5.7 und 5.16 fällt auf, dass die Kurven vor den Sprüngen relativ flach verlaufen oder sogar eine Krümmung weg von der Magnetfeldachse aufweisen. Dies steht in scheinbarem Widerspruch zu der zu Beginn dieses Abschnittes beschriebenen kontinuierlichen Abnahme der Magnetisierung aufgrund der reversiblen Rotation der Spins im Gegenfeld. Wie bereits erwähnt erlauben die Streufeldhysteresekurven der Mikro-Hall-Messungen jedoch

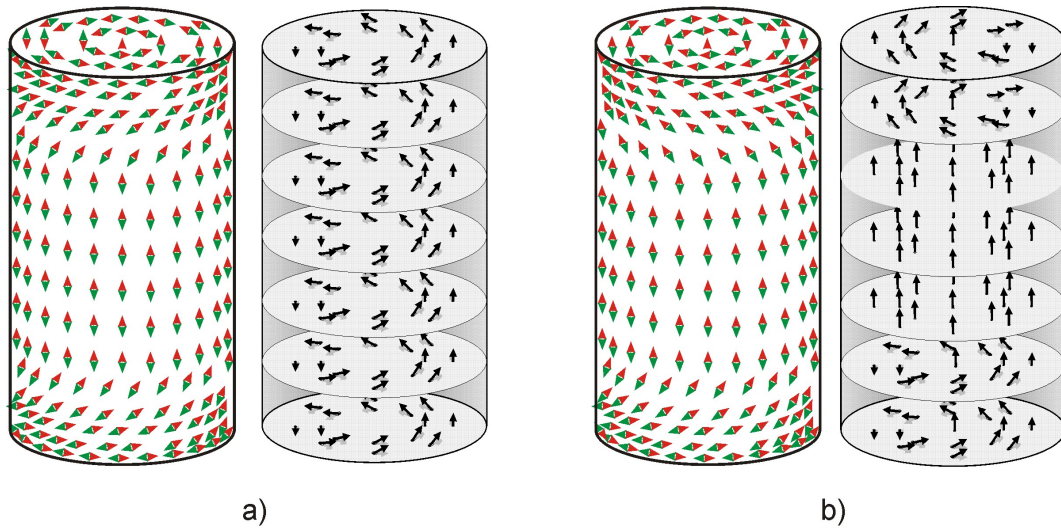


Abbildung 5.19: Wenn man davon ausgeht, dass sich der Drehsinn der beiden Abschlusswirbel zufällig und unabhängig voneinander einstellen kann, dann ergeben sich zwei unterschiedliche Szenarien für die Magnetisierungsumkehr von kleinen Säulen. Während auf der jeweils linken Seite der beiden Teilbilder der Verlauf der Magnetisierung an der Oberfläche der Säule dargestellt ist, illustriert die Skizze jeweils rechts daneben die entsprechende Orientierung der magnetischen Momente im Inneren des Zylinders. Die Ummagnetisierung bei Säulen mit gleichem Drehsinn der beiden Abschlusswirbel (Teilbild a)) erfolgt in diesem einfachen Bild über die Curling-Konfiguration und liefert Hysteresekurven des Typs II. Bei entgegengesetztem Drehsinn der Abschlusswirbel hingegen (Teilbild b)) ist die Ausbildung des Curling-Zwischenzustandes nicht möglich und es resultiert eine rechteckige Hysteresekurve des Typs I nach dem im Text beschriebenen Ablauf. Dieses Modell liefert auch unmittelbar eine Erklärung für die relativ hohen Schaltfelder der Säulen des Typ I, da der Zustand mit zwei entgegengesetzt orientierten Abschlusswirbeln die Ausrichtung der zwischen den Wirbeln liegenden Spins stabilisiert und so eine Magnetisierungsumkehr erschwert (siehe Text).

keine unmittelbaren Rückschlüsse auf den Verlauf der integralen Magnetisierungskurven. Simulationen von A. Bauer zeigen, dass die Magnetisierung bei vergleichbaren Zylindern bereits vor dem Erreichen des Nulldurchgangs deutlich abnimmt, auch wenn diese über nur einen Sprung schalten. Diese Abnahme setzt sich im Gegenfeld verstärkt fort und ist für Säulen mit größerem Durchmesser stärker ausgeprägt als für dünnere Säulen [93]. Die Magnetisierungskurven der Simulation geben folglich keinerlei Hinweise auf einen nicht-monotonen Verlauf während der Magnetisierungsumkehr. Wie aber können diese Magnetisierungskurven mit den gemessenen Hallkurven in Einklang gebracht werden? Der Schlüssel dazu liegt im Einkoppeln des Streufeldes in die aktive Fläche der Sonde (vergleiche dazu Abschnitt 5.1.4). Betrachtet man beispielsweise eine Säule vom Typ I und legt den vorgeschlagenen Ummagnetisierungsmechanismus über die Ausbildung von zwei Abschlusswirbeln mit entgegengesetzter Drehrichtung zugrunde, dann lässt sich ein einfaches Bild für das Einkoppeln des Streufeldes während der Magnetisierungsumkehr skizzieren. Aus der Sättigung kommend koppelt das Streufeld zunächst in der erwarteten Weise in den Sensor ein. Die Amplitude der Hallspannung spiegelt den Mittelungseffekt über

die zum Teil in beiden Richtungen durch die aktive Fläche verlaufenden Feldlinien wider (vergleiche Abbildung 5.20 links). Sobald jedoch die Abschlusswirbel entstehen, ergibt sich ein veränderter Verlauf der Feldlinien, da die Enden der Säule dann so gut wie kein Streufeld mehr verursachen. Die Auswirkungen werden um so größer, je weiter sich die Wirbel bei stärker werdendem Gegenfeld entlang der Zylinderachse ausdehnen. In Abbildung 5.20 ist im rechten Teilbild skizziert, wie die streufeldfreien Wirbel an den Säulenenden (hellgrau) den Dipol effektiv verkürzen und von der aktiven Fläche abheben.

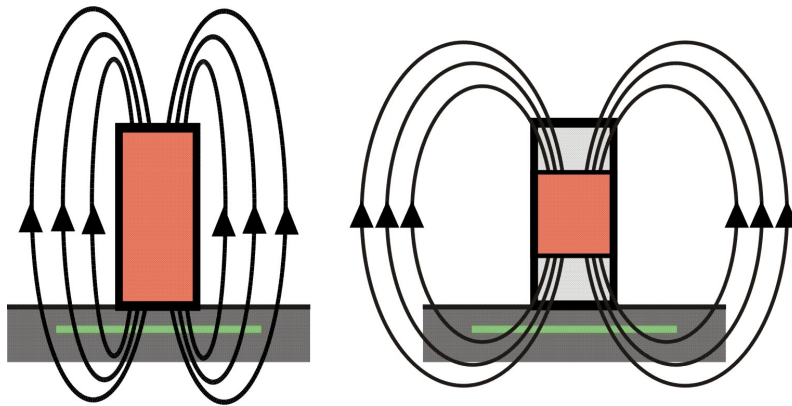


Abbildung 5.20: Die Streufeldhysteresekurven der Mikro-Hall-Magnetometrie erlauben es häufig nicht, unmittelbar auf den Verlauf der Magnetisierungshysterese zu schließen, da unterschiedliche Magnetisierungskonfigurationen auch den Verlauf des Streufeldes und damit dessen Einkoppeln in die aktive Fläche des Sensors verändern. Die Skizze zeigt am Beispiel eines Querschnittes durch eine Säule auf einem Hallsensor, wie sich der Verlauf des Streufeldes bei der Ausbildung von nahezu streufeldfreien Abschlusswirbeln verändern kann (links Säule ohne Abschlusswirbel, rechts mit Abschlusswirbeln (hellgrau)). Im rechten Teilbild durchdringen deutlich weniger Feldlinien die aktive Fläche des Sensors (grün) in beide Richtungen. Dies führt dazu, dass trotz einer geringeren Gesamtmagnetisierung der Säule im rechten Teilbild der über die aktive Fläche gemittelte Fluss zunimmt und so eine nicht-monotone Streufeldhysteresekurve resultiert.

Auch wenn diese Skizze die tatsächliche Situation stark vereinfacht wiedergibt, so kann man dennoch den entscheidenden Aspekt erkennen: Die Streufeldverteilung innerhalb der aktiven Fläche wird so verändert, dass weniger Feldlinien die aktive Fläche in beide Richtungen durchdringen und deshalb ein hoher Nettofluss entsteht, so dass sich in der Folge trotz der verringerten Magnetisierung der Säule eine höhere Hallspannung ergibt. Dieses einfache Bild zeigt eindrucksvoll wie wichtig bei der Mikro-Hall-Magnetometrie die Abstimmung der geometrischen Parameter von Sonde und Nanomagnet ist und dass tiefere 2DEGs keineswegs zwangsläufig zu kleineren Hallsignalen führen. Im konkreten Fall der Nickelsäulen des Typ I jedoch liefert das Wissen um das unterschiedliche Einkoppeln von Streufeldern mit veränderter Geometrie in die Hallkreuze ein weiteres Indiz für den Ummagnetisierungsmechanismus über zwei gegensinnig orientierte, sich ausdehnende Abschlusswirbel. Deren Existenz ist grundlegend für die oben gegebene Erklärung des Verlaufs der Hallspannung im Gegenfeld.

Die beiden hier beschriebenen Ummagnetisierungsmechanismen für Säulen des Typs I und des Typs II passen gleichermaßen zu der durch Simulationen vorhergesagten Ausbildung von Abschlusswirbeln. Doch so plausibel die Erklärung für die Verschiedenheit im Schaltverhalten der Säulen durch die Unterschiede in der relativen Orientierung der Abschlusswirbel erscheinen mag, es gibt bislang keinen experimentellen Beweis für diesen Ablauf der Magnetisierungsumkehr. Dies gilt insbesondere auch deshalb, weil winkelabhängige Mikro-Hall-Messungen von D. Schuh [62] an Typ II Säulen eine Asymmetrie der Streufeld-Hysteresekurven zeigen, die sich eher mit dem Pinnen der Magnetisierung an einer antiferromagnetischen NiO-Schicht erklären lassen, als durch den hier beschriebenen Mechanismus. Da aber auch dieses Modell Erklärungslücken aufweist, z. B. bei der Bewertung der Größe der verschiedenen Schaltfelder, sind wohl weiterführende Untersuchungen zur schlüssigen Erklärung der Magnetisierungsumkehr in diesen Teilchen erforderlich.

5.2.2 Messungen an ferromagnetischen Nanoscheiben

Während bei den bisher beschriebenen zylindrischen Teilchen mit hohem Aspektverhältnis die Magnetisierung in Remanenz weitgehend entlang der Zylinderachse ausgerichtet war, ändert sich dieses Verhalten für niedrige Zylinder. Für solche scheibenförmigen Teilchen ergibt sich unter weitgehender Vermeidung von Streufeldern eine wirbelartige Magnetisierungskonfiguration, bei der die Magnetisierung nahezu vollständig in der Scheibenebene liegt. Auch zu diesen Scheiben wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit einige interessante Untersuchungen durchgeführt, deren wesentliche Erkenntnisse in diesem Abschnitt zusammengefasst werden.

Die Vortex-Konfiguration

Magnetische Wirbel treten in flachen Strukturen häufig auf, da diese Konfiguration Streufelder weitgehend vermeidet [26]. Gerade scheibenförmige magnetische Partikel sind aufgrund ihrer Symmetrie geradezu prädestiniert, diese Magnetisierungskonfiguration einzunehmen. In Remanenz verläuft die Magnetisierung dann nämlich in konzentrischen Kreisen um den Mittelpunkt der Scheibe und ermöglicht es den Spins sich am Scheibenrand überall parallel zu diesem auszurichten. Der magnetische Fluss ist in dieser Vortexkonfiguration vollständig in sich geschlossen. Jedoch ist die Austauschenergie in der Nähe des Wirbelzentrums sehr hoch, da die Spins über eine sehr kurze Distanz große Winkeländerungen erfahren. Im Zentrum des Vortex würde sich sogar eine Singularität der Magnetisierung ergeben, an der die Austauschenergie sehr groß werden würde. Die Spins vermeiden diese ungünstige Konfiguration indem sie sich in unmittelbarer Nähe des Wirbelzentrums aus der Ebene herausdrehen, um auf diese Weise den so genannten Vortexkern mit senkrecht zur Scheibenebene liegender Magnetisierung zu bilden [104, 105].

In Abbildung 5.21 ist die Vortexkonfiguration am Beispiel der Simulation einer 50 nm dicken Permalloyscheibe mit einem Durchmesser von 600 nm verdeutlicht.

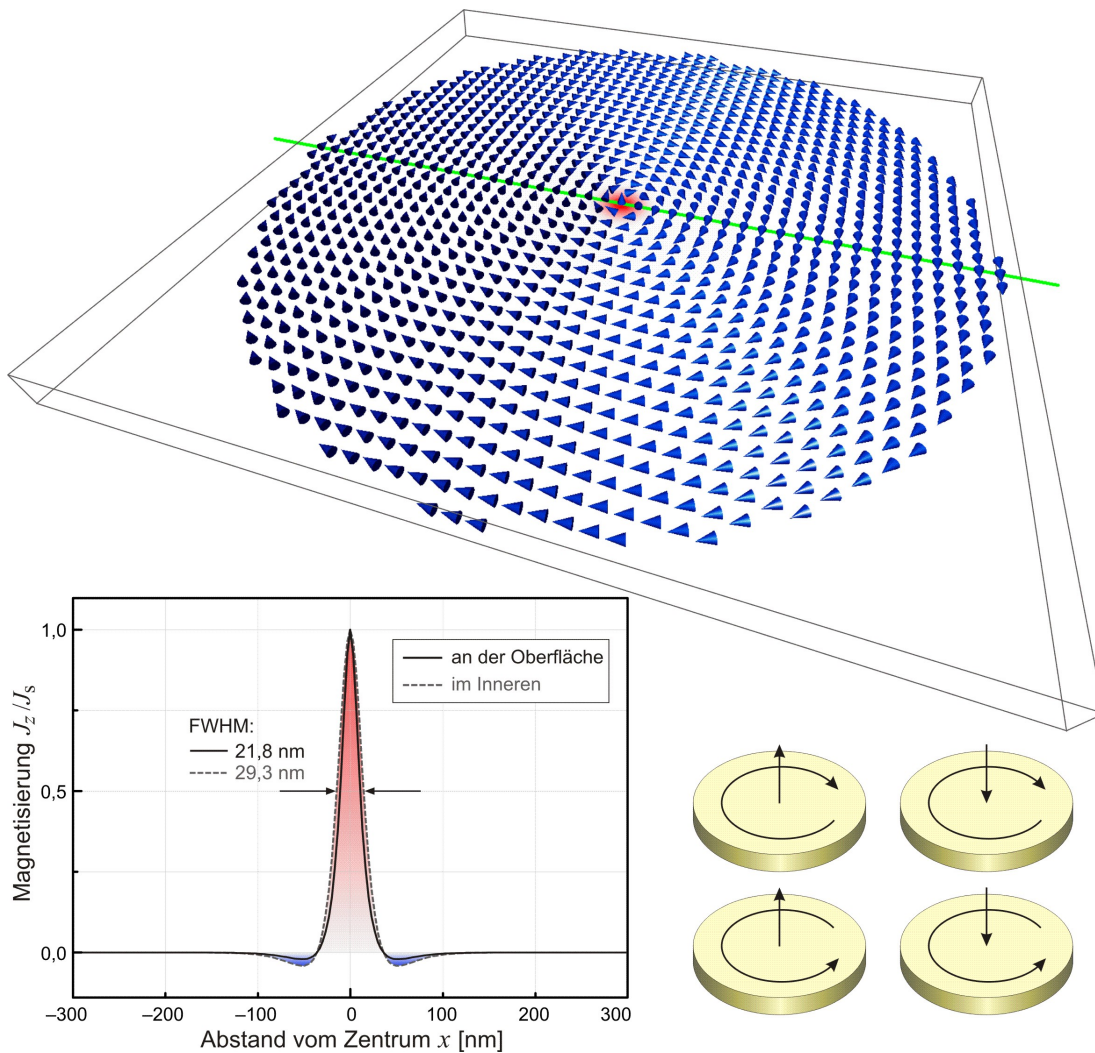


Abbildung 5.21: Anhand der Simulation einer 50 nm dicken Permalloyscheibe mit einem Durchmesser von 600 nm lässt sich der Verlauf der Magnetisierung in einem magnetischen Vortex gut veranschaulichen. Die Pfeile im oberen Teilbild zeigen, dass die Magnetisierung nahezu überall in der Scheibenebene verläuft und entlang konzentrischer Kreise um den Scheibenmittelpunkt ausgerichtet ist. Lediglich im Zentrum dreht die Magnetisierung aus der Ebene heraus, wie die Darstellung der z-Komponente entlang eines Schnitts (grüne Linie) durch den Scheibenmittelpunkt im linken unteren Teilbild zeigt. Die Ausdehnung des senkrechten Vortexkerns beträgt typischerweise nur wenige zehn Nanometer und ist für verschiedene Höhen innerhalb der Scheibe nicht exakt gleich groß. Der zentrale Bereich des Vortexkerns (rot) ist von einem deutlich größeren Gebiet umgeben, in dem die Magnetisierung eine schwache vertikale Komponente aufweist, die im Vergleich zum Vortexkern ein entgegengesetztes Vorzeichen hat (blau im Teilbild links unten). Eingehende Untersuchungen der Wirbelstruktur in flachen Scheiben haben ergeben, dass die Orientierung der senkrechten Komponente des Vortexkerns unabhängig vom Drehsinn des Wirbels ist, so dass sich insgesamt vier gleichwertige, remanente Zustände für die Scheiben ergeben. Diese vier Zustände sind in der Skizze rechts unten gegenübergestellt, wobei jeweils der Drehsinn des Wirbels und die Orientierung der senkrechten Komponente angedeutet ist [106, 107].

Mit Hilfe bildgebender Verfahren wurde der Vortexzustand in Scheiben aus verschiedenen Materialien über einen großen Bereich der Abmessungen nachgewiesen. Es zeigte sich, dass der Vortex in Scheiben ohne ausgeprägte Anisotropie mit bis zu mehr als $100\ \mu\text{m}$ Durchmesser auftreten kann. Er stellt in diesen Scheiben auch den energetisch günstigsten Zustand dar, wenngleich in Magneten dieser Größe meist andere Konfigurationen zu beobachten sind, da der Weg zum Erreichen des Grundzustandes häufig durch Energiebarrieren versperrt ist und das magnetische Teilchen deshalb ein anderes von der Vorgeschichte abhängiges lokales Minimum der Energie einnimmt [26]. Auf der anderen Seite ergibt sich für sehr kleine Scheiben ein Übergang zur Eindomänigkeit der Scheiben, wobei die Grenze neben dem Material der Elemente im Wesentlichen vom Durchmesser und der Dicke der Scheiben bestimmt ist [67, 108, 109]. Der Grund für diesen Übergang liegt im unterschiedlichen Skalierungsverhalten der einzelnen Energiebeiträge mit den Abmessungen der Magnete. In folgenden Teil der Arbeit wurden jedoch ausnahmslos Scheiben untersucht, die in Remanenz den Vortexzustand aufweisen. Da die Orientierung der Magnetisierung des Vortexkerns völlig unabhängig vom Drehsinn des Wirbel ist, ergeben sich insgesamt vier mögliche remanente Magnetisierungszustände, wie sie in Abbildung 5.21 rechts unten schematisch dargestellt sind.

Scheiben im senkrechten Feld

Für die Ummagnetisierung der Scheiben im Feld senkrecht zur Ebene – in Analogie zu den Säulen in den vorhergehenden Abschnitten – ergibt sich eine leicht zu verstehende Hysteresekurve. In Abbildung 5.22 ist die Simulation der senkrechten Komponente der Magnetisierung M_z während dieser *out-of-plane* Ummagnetisierung dargestellt (nach [110]). Es handelt sich um eine geschlossene Kurve, da die Magnetisierung überwiegend durch die reversible Rotation der Spins aus der Scheibenebene erfolgt. Infolge dieser Drehung nimmt M_z kontinuierlich ab, sobald das externe Feld den Wert des entmagnetisierenden Feldes der Scheibe entlang dieser Richtung unterschreitet. Nach einer kurzen Übergangsphase erfolgt dieser Prozess weitgehend linear und entspricht der Situation des Curling Zustandes, wie er bereits bei den Säulen besprochen wurde (vergleiche Abschnitt 5.2.1). Der entscheidende Unterschied ist jedoch, dass bei den Scheiben die Vortexkonfiguration auch im Nullfeld stabil ist, da die sehr flache Form eine Magnetisierung in der Scheibenebene stark begünstigt. Dadurch ergibt sich im Gegensatz zu den höheren Zylindern eine höhere Energie für die senkrechte Ausrichtung der Magnetisierung. Dies ist auch der Grund dafür, dass der Übergang in die senkrechte Sättigung nur sehr zögerlich erfolgt und nicht durch einen Sprung eingeleitet wird, wie dies bei den Säulen des Typ II der Fall war. Die Tatsache, dass zur vollständigen Sättigung der Scheiben senkrecht zur Ebene hohe Magnetfelder erforderlich sind, bringt mit sich, dass der Drehsinn des Vortex mit senkrechten Magnetfeldern nur schwer umzuschalten ist, da dieser bis zu relativ hohen Feldstärken in Ansätzen vorhanden bleibt [106, 110].

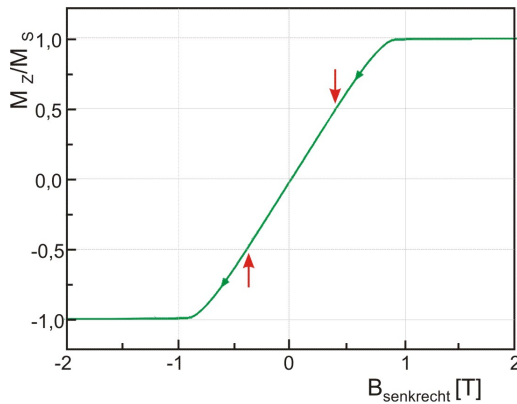


Abbildung 5.22: Die out-of-plane Ummagnetisierung von ferromagnetischen Scheiben ist durch ein reversibles Verkippen der magnetischen Momente des Wirbels aus der Scheibenebene in Richtung des angelegten Feldes geprägt. Die Abbildung zeigt die Simulation der out-of-plane Komponente für die Magnetisierungsumkehr einer 50 nm dicken Permalloyscheibe mit einem Durchmesser von 600 nm (Simulation von R. Pulwey in [110]). In der Simulation schaltet die zentrale Magnetisierungskomponente des Wirbels bei einem Gegenfeld von etwa 390 mT (rote Pfeile) aus der ursprünglichen Sättigungsrichtung in Richtung des externen Gegenfeldes. Dieses Schalten ist in der Hysteresekurve so gut wie nicht erkennbar, so dass die Kurve ohne Öffnung durch den Ursprung verläuft (siehe Text).

In Abbildung 5.23 ist eine Mikro-Hall-Messung für die out-of-plane-Ummagnetisierung einer Nickelscheibe gezeigt. Obwohl die Parameter für die Scheiben etwas unterschiedlich sind, stimmt der grundsätzliche Verlauf der Streufeldhysteresese sehr gut mit der Magnetisierungskurve der oben beschriebenen Simulation überein. Allerdings weist die gemessene Kurve drei deutlich erkennbare Öffnungen auf, die in der Simulation nicht zu beobachten sind. Als erste Mutmaßung für die Ursache der mittleren Öffnung drängt sich das Schalten des bisher außer Acht gelassenen Vortexkerns auf [62]. In der Simulation schaltet die zentrale Magnetisierungskomponente bei einem Gegenfeld von etwa 390 mT (rote Pfeile in Abbildung 5.22) aus der ursprünglichen Sättigungsrichtung in die Richtung des externen Feldes. Da jedoch das Volumen des Vortexkerns nur etwa 0,3 % der Gesamtmagnetisierung der Scheibe ausmacht, ist das Schalten in der Abbildung 5.23 so gut wie nicht zu erkennen und die Kurve verläuft ohne sichtbare Öffnung durch den Ursprung. Nun bedeutet aber die Tatsache, dass der Schaltvorgang in der Magnetisierung nicht zu beobachten ist keineswegs, dass dies auch für die Streufeldhysteresese so sein muss. In der vorliegenden Arbeit wurden ja bereits an mehreren Stellen Abweichungen im Verlauf von Streufeld- und Magnetisierungskurven diskutiert. Gleichwohl erscheint es in diesem konkreten Fall sehr unwahrscheinlich, dass ein derartig geringes magnetisches Volumen ein ausreichend großes Streufeld hervorruft, das den beobachteten Verlauf der Hallspannung erklären könnte. Darüber hinaus bringt die vorliegende geometrische Anordnung ein sehr ungünstiges Einkoppeln des vom Vortexkern verursachten Streufeldes in den Sensor mit sich, da die Ausdehnung des Kerns sehr klein gegen die aktive Fläche ist (vergleiche dazu Abschnitt 5.1.4). Überdies könnte das Schalten des Vortexkerns im Gegenfeld nur jeweils den zweiten Sprung im Up- und im Down-Sweep erklären, nicht jedoch den ersten Sprung in umgekehrter Richtung der bereits vor dem Nulldurchgang auftritt.

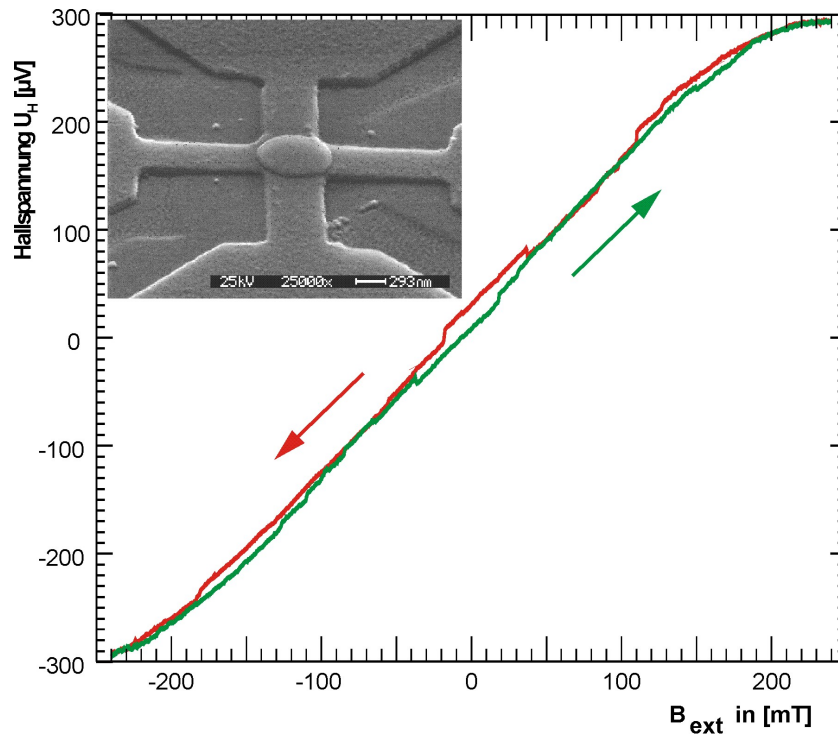


Abbildung 5.23: Der Verlauf der out-of-plane Streufeldhysterese einer 50 nm dicken Nickelscheibe mit einem Durchmesser von ca. 680 nm (siehe REM-Aufnahme im Inset) stimmt weitgehend mit der simulierten Kurve für die Magnetisierung von Abbildung 5.22 überein. Die Messung zeigt jedoch drei auffällige Öffnungen die in der Simulation nicht zu beobachten sind. Vergleichbare Öffnungen treten häufig bei Mikro-Hall-Messungen an vergleichbaren Scheiben auf, die genaue Ursache konnte bisher jedoch nicht geklärt werden. Vermutlich spielen individuelle Strukturmerkmale und eine geringe Abweichungen von der idealen Position der Scheiben auf den Sensoren eine wichtige Rolle für das gemessene Verhalten (Messung aus [62]).

Obwohl möglicherweise auch Mess-Artefakte der Grund für die Öffnungen in der Hysteresekurve sind, ist eine magnetische Ursache sehr wahrscheinlich, zumal auch Geim *et al.* bei Mikro-Hall-Messungen im senkrechten Magnetfeld an Nickelscheiben unterschiedlich ausgeprägte Öffnungen in den Hysteresekurven beobachten konnten [111]. Vermutlich spielen individuelle Defekte und die Kristallit-Struktur der Scheiben eine wichtige Rolle bei der Erklärung der Abweichung zwischen der Simulation und den Messungen an den realen Proben. So könnte beispielsweise der Vortexkern während der Magnetisierungsumkehr eine vom Mittelpunkt der Scheibe abweichende Position einnehmen und auf diese Weise einen Beitrag zum Hallsignal liefern, wie er analog bei der in-plane-Ummagnetisierung beobachtet wird (siehe unten in diesem Abschnitt).

Wenngleich das Schalten des Vortexkerns als Ursache für die mittlere Öffnung der Hysteresekurve in Abbildung 5.23 praktisch auszuschließen ist, stellt sich dennoch die Frage, ob es grundsätzlich möglich ist diesen Vorgang mittels Mikro-Hall-Magnetometrie zu detektieren. Dazu wäre es günstig, wenn die sensitive Fläche der

Sonde möglichst nur das Streufeld im Zentrum der Scheibe erfassen würde. Will man jedoch Sensoren realisieren, deren aktive Flächen deutlich kleiner sind als die lateralen Abmessungen der Scheiben, dann muss das Hallkreuz als planare Struktur verwirklicht werden, um die Teilchen eben über der Sonde platzieren zu können. Im Rahmen dieser Arbeit ist es gelungen, solche planaren Hallsonden herzustellen und sie bei der Vermessung von magnetischen Teilchen einzusetzen [112].

Kreisringe auf planaren Sonden

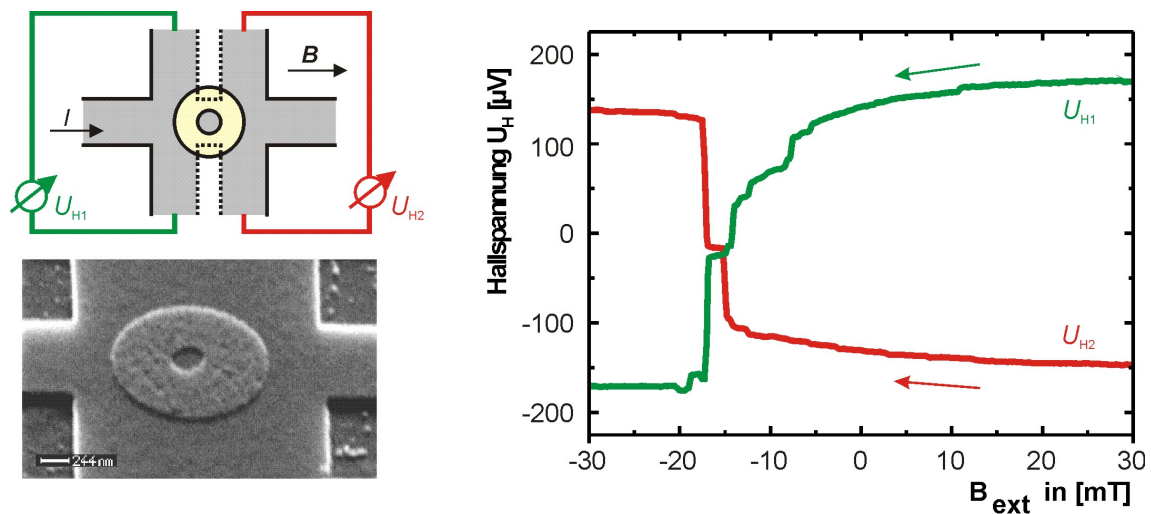


Abbildung 5.24: Mit der bisher vorgestellten Methode ist es nicht möglich die magnetischen Teilchen so auf dem Sensor zu platzieren, dass diese sich über die geätzten Kreuzränder hinweg erstrecken. Beim Aufbringen der Magneten würde das Relief der Sondenstruktur auf diese übertragen und es würden erhebliche Abweichungen von der planaren Form der Nanomagnete auftreten. Aus diesem Grund wurden Sonden hergestellt, deren Geometrie zum Teil durch selektives Implantieren von Sauerstoffionen definiert wird. Im Teilbild links oben ist gezeigt, wie auf diese Weise hergestellte Doppelkreuzsonden (grau) zur Vermessung von ferromagnetischen Ringstrukturen (gelb) eingesetzt wurden. Dabei wurde die Sonde in einem ersten Schritt durch Trockenätzen vorstrukturiert (durchgezogene Linien). In einem zweiten Schritt wurden die von den gestrichelten Linien umrahmten Bereiche dem O-Ionenstrahl ausgesetzt, wodurch die Leitfähigkeit im darunter liegenden 2DEG unterbunden wird. Die REM-Aufnahme links unten zeigt eine fertige Struktur, die auf diese Weise hergestellt wurde. Der implantierte Bereich ist in dieser Aufnahme nicht zu erkennen, da dieses Verfahren die Oberfläche der Heterostruktur so gut wie nicht verändert, weshalb der elektrolytisch abgeschiedene Ring völlig eben über der Doppelkreuzstruktur zu liegen kommt. Der Graph auf der rechten Seite zeigt zwei Hallkurven (U_{H1} und U_{H2} , grün bzw. rot), die simultan bei der in-plane-Ummagnetisierung ($\mathbf{B} \parallel \mathbf{I}$) des Ringes bei 4,2 K aufgezeichnet wurden, wie dies in der Skizze links oben angedeutet ist. Aus Gemeinsamkeiten und Unterschieden der beiden Messkurven lässt sich auf globale und lokale Magnetisierungsänderungen schließen (siehe Text).

Dazu wurden Sonden hergestellt, deren Form nicht ausschließlich durch Ätzen aus der ausgedehnten 2DEG-Struktur festgelegt wird. Vielmehr wurden Teile der

Sondengeometrie durch selektives Implantieren von Sauerstoffionen innerhalb bestimmter Bereiche definiert. In Abbildung 5.24 ist links gezeigt wie mit Hilfe einer Kombination aus herkömmlichem Trockenätzen und Implantation eine Doppelkreuzstruktur realisiert werden kann. Die Selektivität der Implantation für bestimmte Flächen wird durch die Strukturierung einer Lackmaske mittels ESL vor dem Bestrahlen der Probe mit einem ausgedehnten Ionenstrahl erreicht. Dadurch werden die Sauerstoffionen des Strahls nur an den freigelegten Stellen implantiert, während die übrigen Flächen durch die Lackschicht geschützt sind. Die implantierten Ionen zerstören bei ausreichend hoher Dosis lokal die Ausbildung des 2DEGs, so dass die bestrahlten Flächen ähnlich wie die weggeätzten Bereiche der konventionellen Hallsonden die Geometrie der Sensoren einschränken. Das Substrat wird beim Implantieren jedoch nicht oder nur sehr wenig abgetragen, so dass die laterale Strukturierung des 2DEGs ohne Unebenheiten der Probenoberfläche erreicht werden kann⁸. Auf die planare Fläche im Zentrum der Doppelkreuzstruktur wurden im konkreten Fall elektrolytisch Nickelringe abgeschieden, wie dies in Abbildung 5.24 links unten anhand einer REM-Aufnahme illustriert ist.

Anhand der Messungen an diesen Ringstrukturen konnte die Eignung planarer Hallgeometrien für mikromagnetische Untersuchungen gezeigt werden (siehe unten). Um das Streufeld des Vortexkerns in Kreisscheiben damit vermessen zu können, müssten diese allerdings mit hinreichend kleinen Abmessungen herzustellen sein. Dies erwies sich jedoch als nicht realisierbar, da es mit Hilfe der Ionenimplantation nicht gelungen ist, Strukturen von weniger als 500 nm nomineller Breite herzustellen, die bei tiefen Temperaturen noch eine ausreichende Leitfähigkeit aufwiesen. Dies lässt auf eine Verarmungszone von ca. 250 nm schließen. Diese liegt damit durchaus in dem Bereich der Verarmungslängen, wie sie sich auch für Trockenätzprozesse ergeben. Die ausgeprägte Verarmungszone macht die Ionenimplantation allerdings für die Herstellung sehr kleiner Hallsonden unbrauchbar. Aus diesem Grund bleibt der Einsatz von planar strukturierten Hallsonden vorerst der Untersuchung größerer Teilchen wie beispielsweise den erwähnten Ringstrukturen vorbehalten.

Der magnetische Grundzustand der untersuchten Ringe ist wie bei den Kreisscheiben die Vortex-Konfiguration. Diese ist in den Ringen besonders günstig, da sie einerseits auch hier den energetischen Vorteil des streufeldfreien, geschlossenen, magnetischen Flusses eines Vortex aufweist, andererseits jedoch nicht dessen Kern mit seiner hohen Austauschenergiedichte. Um eine vollständige Streufeldhysterese der in-plane-Ummagnetisierung der Ringe aufzunehmen, wurde von der negativen Sättigung kommend das externe Magnetfeld entlang des Strompfades (waagrecht in Abbildung 5.24 links) bis zu einem Wert von 30 mT erhöht und anschließend

⁸Die Untersuchung des genauen Mechanismus, der die Ausbildung des 2DEGs unterbindet war nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit. Durch systematische Untersuchungen wurde jedoch sichergestellt, dass für die verwendeten Parameter ($1,5\text{ kV}$ Beschleunigungsspannung, $13,4\text{ A/m}^2$ Stromdichte und 5 s Bestrahlungsdauer) innerhalb der implantierten Bereiche keine Leitfähigkeit mehr besteht. Mit Hilfe eines Rasterkraftmikroskops wurde mit diesen Parametern ein Abtrag des verwendeten AlGaAs/GaAs-Heterostruktur von etwa 2 nm ermittelt.

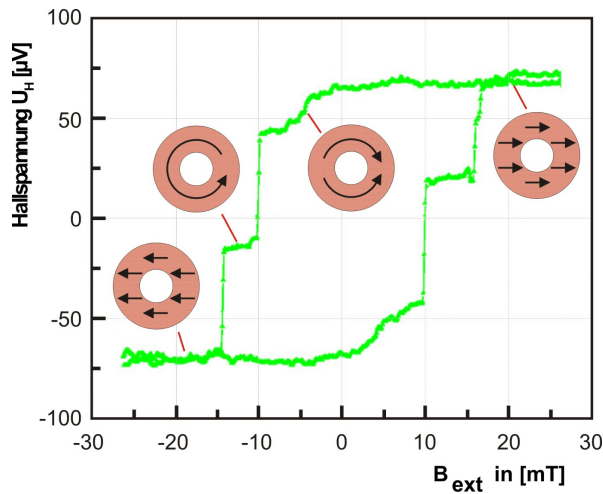


Abbildung 5.25: Eine Erhöhung der Messtemperatur von 4,2 K auf 110 K führt dazu, dass neben der Hallkurve U_{H_2} (nicht gezeigt) auch die Kurve U_{H_1} im wesentlichen durch zwei Sprünge charakterisiert ist (vergleiche Abbildung 5.24). Dieser Verlauf ist die deutliche Signatur einer Ummagnetisierung des Ringes über einen Vortex-Zustand. Die Skizzen zeigen schematisch die jeweiligen Magnetisierungskonfigurationen für den Down-Sweep (siehe Text).

wieder auf -30 mT zurückgefahren. Das Hallsignal (Abbildung 5.24 rechts, rote Kurve) während der Ummagnetisierung ist im Wesentlichen durch zwei deutlich ausgeprägte Sprünge im Streufeld charakterisiert. Dieses Verhalten deutet auf eine Magnetisierungsumkehr nach dem von J. Rothman *et al.* beschriebenen Mechanismus über zwei stabile Zustände hin [113]. Der eine ist der Vortexzustand der andere ist ein Zweidomänenzustand, bei dem die Magnetisierung in beiden Ringarmen den entgegengesetzten Umlaufsinn aufweist (vergleiche dazu die skizzierten Magnetisierungskonfigurationen in Abbildung 5.25). Der erste Sprung in der Hysteresekurve spiegelt dementsprechend den abrupten Übergang vom Zweidomänenzustand in den Vortexzustand wider. Der zweite Sprung charakterisiert die Auflösung des Vortex, wobei die Magnetisierung danach weitgehend gesättigt ist, also im gesamten Ring nahezu parallel zum angelegten externen Feld ausgerichtet ist. Demnach sollten sich die beiden Hallspannungen U_{H_1} und U_{H_2} bei einer synchronen Messung an den beiden Sonden des Doppelkreuzes, bis auf ein entgegengesetztes Vorzeichen, nicht unterscheiden. Jedoch zeigt Abbildung 5.24 auf der rechten Seite anhand der grünen Kurve, die zeitgleich zur roten Kurve während des Up-Sweeps am zweiten Hallkreuz gemessen wurde, dass dies keineswegs der Fall ist. Die grüne Messkurve deutet im Gegensatz zur roten Kurve auf einen komplexeren Ummagnetisierungsprozess hin, der über mehrere Sprünge und Bereiche mit geringer Streufeldveränderung abläuft. Das bedeutet, dass es neben den *globalen* Streufeldänderungen auch *lokale* Flussänderungen gibt, die jeweils nur von einem der beiden Kreuze erfasst werden können. Auf diese Weise erhält man bei der Messung Informationen über Änderungen der Magnetisierungskonfiguration, welche die gesamte Probe betreffen und Effekte, die durch lokale, örtlich begrenzte Konfigurationsänderungen verursacht werden.

Die Abweichungen zwischen diesen Messungen und dem Modell des einfachen Schaltens über zwei stabile Zustände werden vermutlich durch die beträchtliche Oberflächenrauigkeit der polykristallinen Nickelringe hervorgerufen. Dass es sich um kleine lokale Energiebarrieren handelt, bestätigt eine Messung am gleichen Ring bei einer höheren Temperatur. In Abbildung 5.25 ist eine vollständige Hysteresekurve

gezeigt, wie sie die Sonde U_{H_1} bei einer Messtemperatur von 110 K liefert. Bei der höheren Temperatur misst auch diese Sonde (U_{H_1} zeigte bei $4,2\text{ K}$ den komplexeren Verlauf, siehe grüne Kurve in Abbildung 5.24, rechts) die Signatur des Ummagnetisierens über zwei stabile Zustände. Die zeitgleich aufgenommene Kurve der Sonde U_{H_2} (nicht gezeigt) ergab ein nahezu unverändertes Bild der Streufeldhysterese im Vergleich zur Messung bei $4,2\text{ K}$. Bei höheren Temperaturen ist der Einfluss kleiner Energiebarrieren infolge thermischer Aktivierung geringer, weshalb der lokale Einfluss der Oberflächenrauigkeit reduziert wird und der Ring dem Modell entsprechend seine Magnetisierung über die beiden stabilen Zustände umkehrt.

In-plane Ummagnetisierung von Scheiben

Die Untersuchung der in-plane Ummagnetisierung von flachen Ringen führt fast zwangsläufig zur Frage nach dem Mechanismus der in-plane-Magnetisierungsumkehr von Kreisscheiben, wie sie oben im senkrechten Magnetfeld (out-of-plane) untersucht wurden. Auch zu dieser Fragestellung wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit einige interessante Erkenntnisse gewonnen.

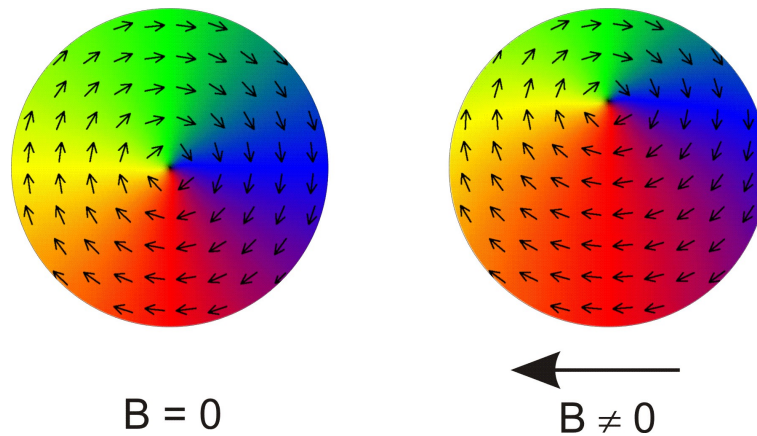


Abbildung 5.26: Im Grundzustand ($B = 0$) weisen die Scheiben eine Vortex-Konfiguration auf, bei der das Vortex-Zentrum im Mittelpunkt der Scheibe liegt. Bereits beim Anlegen eines schwachen in-plane Magnetfeldes ($B \neq 0$) verschiebt sich der Vortex innerhalb der Scheibe und zwar so, dass sich jener Bereich des Wirbels vergrößert, der bereits in Richtung des externen Magnetfeldes orientiert ist (grüner Bereich). Damit sind deutlich weniger magnetische Momente entgegengesetzt zum externen Feld orientiert (roter Bereich), so dass insgesamt ein Gewinn an Zeeman-Energie resultiert.

Im Gegensatz zu den Kreisringen liegt bei den Scheiben im Grundzustand das Zentrum der Vortexstruktur innerhalb des magnetischen Materials und stellt deshalb einen Bereich mit hoher Austauschenergiedichte dar. Moderate Verschiebungen des Vortexzentrums aus dem Zentrum der Scheibe heraus sind mit keiner nennenswerten Erhöhung der Austauschenergie verbunden, da sich dadurch lediglich dieser Bereich mit hoher Austauschenergie verlagert, während sich die Spins in der übrigen Scheibe nach wie vor weitgehend parallel ausrichten können. Bei den Ringen

dagegen begünstigt die angestrebte Parallelstellung der Spins zum inneren Rand die konzentrischen Konfigurationen (Zweidomänenzustand und zentrischer Vortex). Diese Orientierung der Magnetisierung in konzentrischen Schalen um den Mittelpunkt der Struktur ist in Scheiben weniger zwingend, da dort ja der innere Rand nicht vorhanden ist. Aus diesen Gründen lässt sich durch Anlegen eines externen in-plane-Magnetfeldes relativ leicht eine exzentrische Verschiebung der Vortexkonfiguration erreichen. Der Grund für diese Verschiebung liegt in einem Gewinn an Zeeman-Energie, wenn sich jener Bereich des Wirbels vergrößert, der bereits in Richtung des externen Magnetfeldes orientiert ist (siehe Abbildung 5.26). Infolge dieser Verschiebung verhält sich die Scheibe nach Außen hin wie ein Dipol, d. h. die Scheibe verursacht ein Streufeld das hauptsächlich von zwei gegenüberliegenden Bereichen des Teilchens ausgeht (vergleiche Skizzen in Abbildung 5.28).

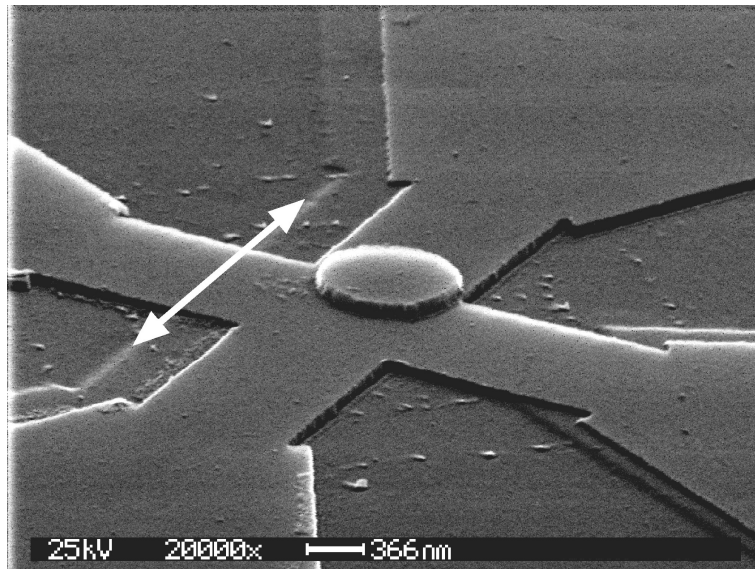


Abbildung 5.27: Bei der in-plane Ummagnetisierung von Scheiben mittels Mikro-Hall-Magnetometrie liefern Magneten die zentral über dem Sensor platziert werden kein Hallsignal, da das Streufeld in diesem Fall symmetrisch in die aktive Fläche einkoppelt und keinen Nettofluss verursacht. Die REM-Aufnahme zeigt an einem konkreten Beispiel (Sensor: $1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$, Permalloyscheibe mit 60 nm, Höhe und 850 nm Durchmesser), wie diese Situation einfach umgangen werden kann. Durch Verschieben der Scheibe entlang der Magnetfeldachse (Pfeil) um etwas mehr als den halben Scheibendurchmesser wird erreicht, dass das Streufeld der Scheibe optimal in den sensitiven Bereich der Sonden einkoppeln kann (siehe Messung in Abbildung 5.28).

Um dieses Verhalten der Scheiben mittels Mikro-Hall-Magnetometrie erfassen zu können, dürfen die Scheiben nicht wie in den bisherigen Ausführungen zentral über der aktiven Fläche der Sensoren positioniert werden, da die liegenden Dipole keinen Nettofluss verursachen, wenn sie symmetrisch auf den Hallsonden platziert sind (vergleiche Abschnitt 5.1.4). Vielmehr ist es notwendig die Scheiben entlang der Magnetfeldachse soweit zu verschieben, dass ihr Streufeld optimal in den sensitiven Bereich der Sonden einkoppeln kann. Die Skizzen a) und b) in Abbildung 5.9 vom

Einkoppeln der Streufelder liegender Dipole illustrieren diese Situation, wenn man sie als Querschnitt durch das Zentrum der Scheibe entlang der Magnetfeldrichtung auffasst. Die REM-Aufnahme in Abbildung 5.27 zeigt ein Hallkreuz auf dem eine Permalloy-Scheibe in entsprechender Weise platziert ist, um damit das Streufeld während der in-plane-Ummagnetisierung zu vermessen.

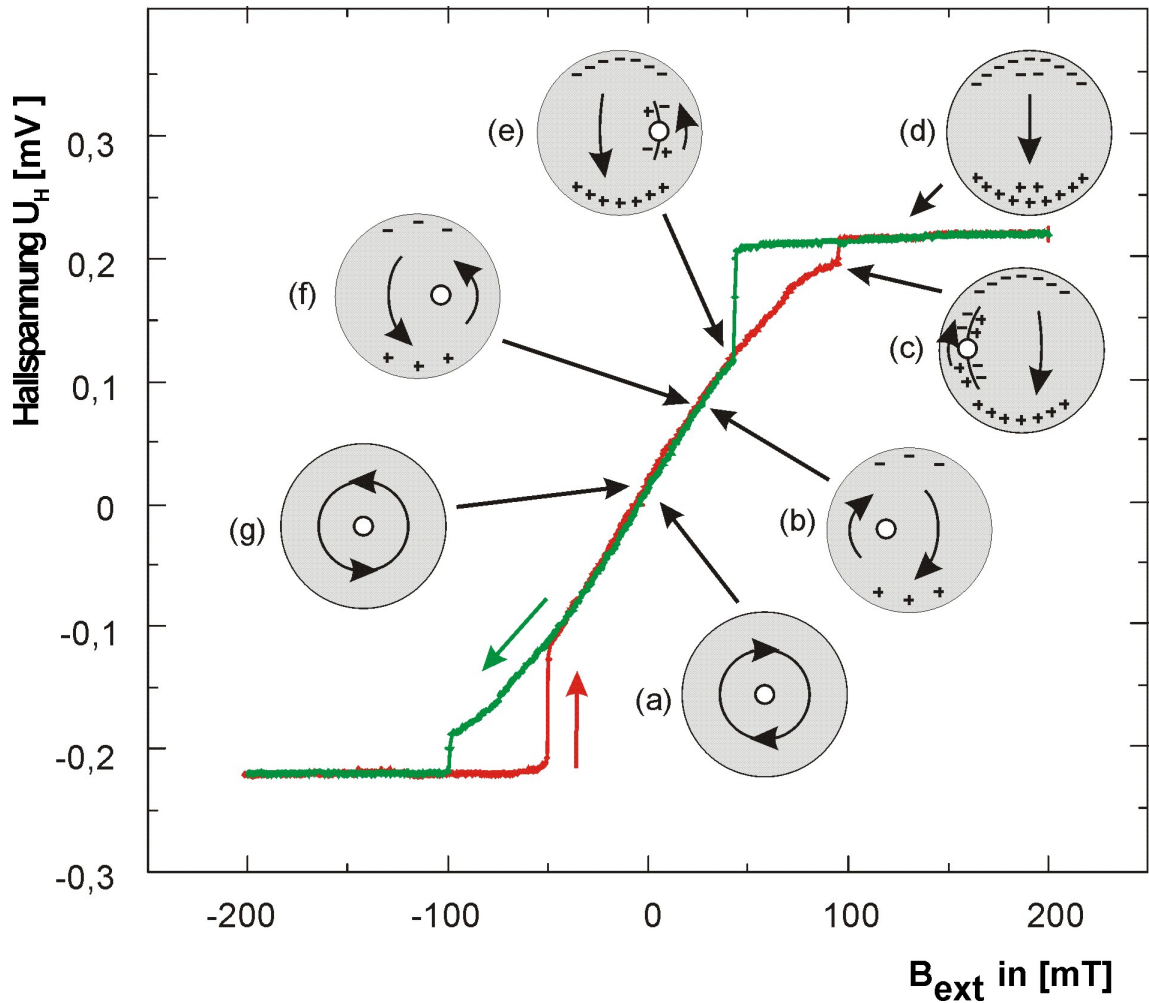


Abbildung 5.28: Die gezeigte Streufeldhysterese einer Permalloyscheibe mit 60 nm Dicke und 600 nm Durchmesser weist die typischen Merkmale der in-plane-Ummagnetisierung von Scheiben auf. Die Skizzen a) bis g) illustrieren die wichtigsten Magnetisierungskonfigurationen (Pfeile) für den Ablauf der Magnetisierungsumkehr, der weiße Punkt stellt dabei das Vortex-Zentrum dar. Für die einzelnen Konfigurationen ist außerdem schematisch die Verteilung der magnetischen Ladungen (+ und - Symbole) in der Scheibe eingezeichnet (Details siehe Text).

Die Kombination der Mikro-Hall-Messungen der vorliegenden Arbeit mit verschiedenen anderen Untersuchungsmethoden ermöglicht es, ein vollständiges Bild der in-plane-Ummagnetisierung von ferromagnetischen Nanoscheiben zu zeichnen.

Dabei lieferten sowohl mikromagnetische Simulationen als auch bildgebende Methoden wie die Magnetkraftmikroskopie (MFM) oder die Lorentz-Transmissions-Elektronenmikroskopie (LTEM) [114, 110, 115, 116] wichtige Informationen für die mikromagnetische Deutung der charakteristischen Merkmale der gemessenen Streufeldhysteresekurven. Es zeigt sich, dass die in-plane Ummagnetisierung der Scheiben weitgehend dem bereits 1989 von P. Bryant und H. Suhl vorhergesagten Verlauf folgt [117]. Anhand von Abbildung 5.28 kann dieser Verlauf nachvollzogen werden. Die Abbildung zeigt neben der typischen Streufeldhysteresekurve einer flachen Permalloy-scheibe auch schematisch die Magnetisierungskonfigurationen für die verschiedenen Stadien der Magnetisierungsumkehr und die Verteilung der magnetischen Ladungen:

- a) Ausgehend vom remanenten Zustand mit dem Vortex im Zentrum der Scheibe werden zunächst sukzessive immer größere in-plane-Magnetfelder an die Scheibe angelegt (rote Kurve). Die zentrale Komponente weist eine aus der Hallkurve nicht zu bestimmende Orientierung auf (vergleiche dazu oben in diesem Abschnitt: Scheiben im senkrechten Feld).
- b) Als Reaktion auf ein moderates Feld verschiebt sich das Zentrum des Vortex reversibel senkrecht zum angelegten Feld aus der Scheibenmitte heraus. Die Richtung der Verschiebung ist durch den Drehsinn des Vortex vorgegeben, da sich der günstig zum Feld orientierte Bereich der Magnetisierung vergrößert. Dadurch ist der Fluss in der Scheibe nicht mehr völlig geschlossen und es treten magnetische Ladungen vorwiegend am Rand des Teilchens auf, so dass die gesamte Scheibe sich nach Außen hin immer mehr wie ein Dipol verhält. Damit ist eine stetige für kleine Felder nahezu lineare Zunahme des Streufeldes verbunden, was sich entsprechend in einem gleichmäßigen Anstieg der Hallspannung niederschlägt. Insbesondere bei den hier untersuchten Scheiben mit größerem Durchmesser wächst die Auslenkung des Vortex nicht unvermindert an, sondern die Kurve verläuft mit größer werdendem Feld immer flacher (vergleiche auch Abbildung 5.29).
- c) Bei weiterer Zunahme des Magnetfeldes kommt das Vortexzentrum immer näher an den Rand der Scheibe und kann deshalb nicht mehr ungehindert verschoben werden. Es bildet sich allmählich eine Wand welche durch das Vortexzentrum verläuft und die Bereiche trennt in denen die Magnetisierung in Feldrichtung und dagegen orientiert ist. Infolge der langsameren Verschiebung des Vortex nimmt auch das Streufeld der Scheibe weniger rasch zu, so dass die Steigung der Hallkurve allmählich etwas geringer wird.
- d) Bei der so genannten Annihilationsfeldstärke ändert sich die Magnetisierung der Scheibe sprunghaft und irreversibel vom Vortexzustand in einen nahezu gesättigten Zustand. In den Hallmessungen schlägt sich dieser Übergang durch eine plötzliche Zunahme des Signals nieder. Eine weitere Erhöhung der

Stärke des externen Magnetfeldes bringt wenig Veränderungen in der Magnetisierungskonfiguration und im Streufeld mit sich, da der Dipolcharakter der Scheibe nach der Vernichtung des Vortex beinahe die volle Ausprägung der Sättigung aufweist. Erniedrigt man anschließend das Feld wieder allmählich (grüne Kurve), so bleibt das Teilchen zunächst in diesem weitgehend gesättigten Zustand und zwar bis die Annihilationsfeldstärke deutlich unterschritten wird. Auch in diesem Bereich ist die Hysterese reversibel.

- e) Bei der Nukleationsfeldstärke schließlich geht die Magnetisierung wieder abrupt in den Vortexzustand mit verschobenem Vortexkern über (siehe dazu auch unten in diesem Abschnitt: Die Vortex-Nukleation). Die Auslenkung des Kerns ist dabei vom Betrag ebenso groß wie sie bei der selben Feldstärke im zunehmenden Magnetfeld war, so dass sich die Streufeldhysteresekurve direkt mit dem Entstehen des Vortex schließt. Die Richtung der Verschiebung ist aber keineswegs festgelegt, da ein Vortex mit entgegengesetztem Drehsinn entstehen kann. Auch die Orientierung der senkrechten Komponente der Magnetisierung im Zentrum des Vortex ergibt sich bei der Nukleation statistisch und hängt nicht von dessen ursprünglicher Ausrichtung ab.
- f), g) Bei weiterer Felderniedrigung wandert der Vortexkern schließlich nach und nach wieder reversibel ins Zentrum der Scheibe zurück, so dass das Hallsignal im Nullfeld wieder verschwindet, da die Scheibe die nahezu streufeldfreie Konfiguration mit geschlossenem magnetischen Fluss einnimmt. Bei weiterer Erniedrigung des Feldes ergibt sich ein Verlauf der Hysterese in völliger Analogie zur Situation bei a), wobei sich neben dem externen Feld auch das Vorzeichen des Streufeldes und damit die Hallspannung umkehrt, so dass insgesamt eine zum Ursprung (externes Magnetfeld und Streufeld der Scheibe gleich Null) punktsymmetrische Streufeldhysteresekurve entsteht.

Da sich Veränderungen in der Magnetisierung aufgrund der Vortexverschiebung sehr direkt im Dipolcharakter und damit im Streufeld der Scheiben bemerkbar machen, weisen die Streufeldhysteresekurven in diesem Fall eine sehr große Ähnlichkeit mit den Magnetisierungshysteresekurven auf. Feldbereiche innerhalb derer sich die Magnetisierung reversibel ändert, konnten jeweils durch minor-loops bestätigt werden. So ist es beispielsweise möglich, das Magnetfeld zwischen den beiden Annihilationsfeldern zu variieren, ohne dass sich dabei eine Öffnung der Hysteresekurve ergibt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden auch Hallmessungen an Permalloyscheiben durchgeführt, die im Scheibeninneren Defekte enthielten. Diese hatten die Form von kleinen Säulen und wurden durch einen Negativ-ESL-Prozess gezielt erzeugt (vergleiche Abschnitt 4.1.2), wobei sie im Wesentlichen Einschlüsse aus nichtferromagnetischem Material darstellen. Die Durchmesser der Defekte betragen etwa 75 nm bis 85 nm und ihre Höhe überragt mit mehr als 100 nm die Dicke aller untersuchten Scheiben deutlich. Wenn sich die Position des Wirbels so einstellt, dass sich sein Zentrum am Ort des Defektes befindet, ist die Austauschenergie des Wirbels

deutlich reduziert. Auf diese Weise stellen die Einschlüsse attraktive Pinningzentren für den Vortextkern dar, wenn er sich während eines Ummagnetisierungsprozesses durch die Scheibe bewegt. Dies konnte im Rahmen der Arbeit gezeigt werden, indem die Richtung der Ummagnetisierung und damit der Weg des Vortextzentrums durch die Scheibe gezielt variiert wurde [118].

Das Pinnen des Vortex kann die Form der Streufeldhysterese auf vielfältige Art beeinflussen, die Erklärung ist aber in allen Fällen durch das Einfangen und verzögerte Freiwerden des Wirbels an den Einschlüssen zu erklären. Aufbauend auf diese grundlegenden Experimente der vorliegenden Arbeit wurden von M. Rahm et al. umfangreiche weiterführende Untersuchungen zu dieser Thematik durchgeführt [119, 120, 66], die sich etwa mit dem gezielten Schalten des Vortex zwischen zwei in die Scheibe eingebrachten Defekte beschäftigen. Dieser Prozess lässt sich innerhalb enger Grenzen sehr gut reproduzieren, weshalb sich derart manipulierte Scheiben gut als magnetische Speicher einsetzen ließen, weil dadurch die schwer zu kontrollierende Nukleation des Vortex beim Umschalten der Teilchen umgangen werden kann. Außerdem werden zum Schalten zwischen den Defekten weniger hohe Felder benötigt, als sie zur Annihilation der Wirbel erforderlich wären.

Die genauen Feldwerte für die Annihilation der Vortices sind von den Abmessungen der Scheibe abhängig und es zeigt sich, dass innerhalb eines weiten Bereiches⁹ das Aspektverhältnis zwischen Durchmesser und Dicke der Scheiben ausschlaggebend ist. Die Werte folgen dabei dem Verlauf des entmagnetisierenden Feldes (Abschnitt 2.4.1) für die Scheiben und nehmen mit kleiner werdendem Aspektverhältnis stark zu [110, 26]. Wenn das externe Feld dem entmagnetisierenden Feld entspricht, dann heben sich im Inneren der Scheibe die beiden Felder gerade auf, so dass die Auflösung des Vortex aufgrund einer Reduktion der Austauschenergie energetisch günstig ist. Die Tatsache, dass die Annihilationsfelder nicht deutlich größer sind als die entmagnetisierenden Felder zeigt, dass die zu überwindende Energiebarriere bei der Auflösung des Vortex relativ klein ist. Interessant ist in diesem Zusammenhang, dass die Annihilationsfelder für nominell gleiche Teilchen bei tiefen Temperaturen (einige K) relativ stark streuen, wenngleich die Abweichungen deutlich schwächer ausfallen als für die Nukleationsfelder (siehe unten). Der Grund dafür liegt wohl an minimalen Abweichungen der Scheibe von ihrer idealen Geometrie oder an Variationen in der Materialstruktur. Vermutlich ist insbesondere jener Bereich am Rand der Scheibe von Bedeutung, den der Kern des Vortex unmittelbar vor der Annihilation einnimmt. Dadurch würde sich auch der bei näherer Betrachtung erkennbare Unterschied zwischen der oberen und der unteren Öffnung der Hystereseschleife in Abbildung 5.28 erklären lassen.

Gerade im Übergangsbereich der Scheiben zwischen Vortextzustand und Ein-

⁹Der Bereich reicht von Scheiben mit wenigen Nanometern Dicke und Durchmessern von nur etwa 200 nm bis zu Dicken von 100 nm und Durchmessern von mehr als einem Mikrometer. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit konnte zwar nicht dieser gesamte Bereich mittels Mikro-Hall-Magnetometrie untersucht werden, die ermittelten Annihilationsfelder passen aber gut in das Gesamtbild, das sich zusammen mit den oben erwähnten MFM- und LTEM-Messungen ergibt.

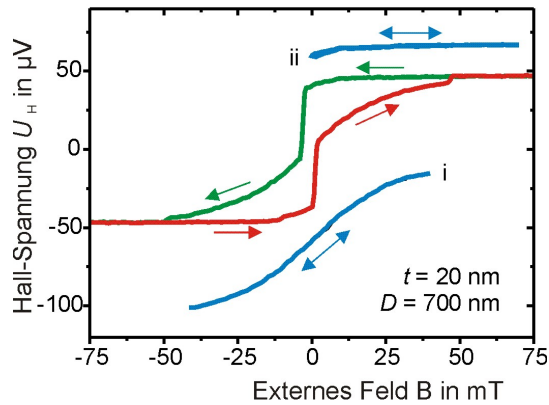


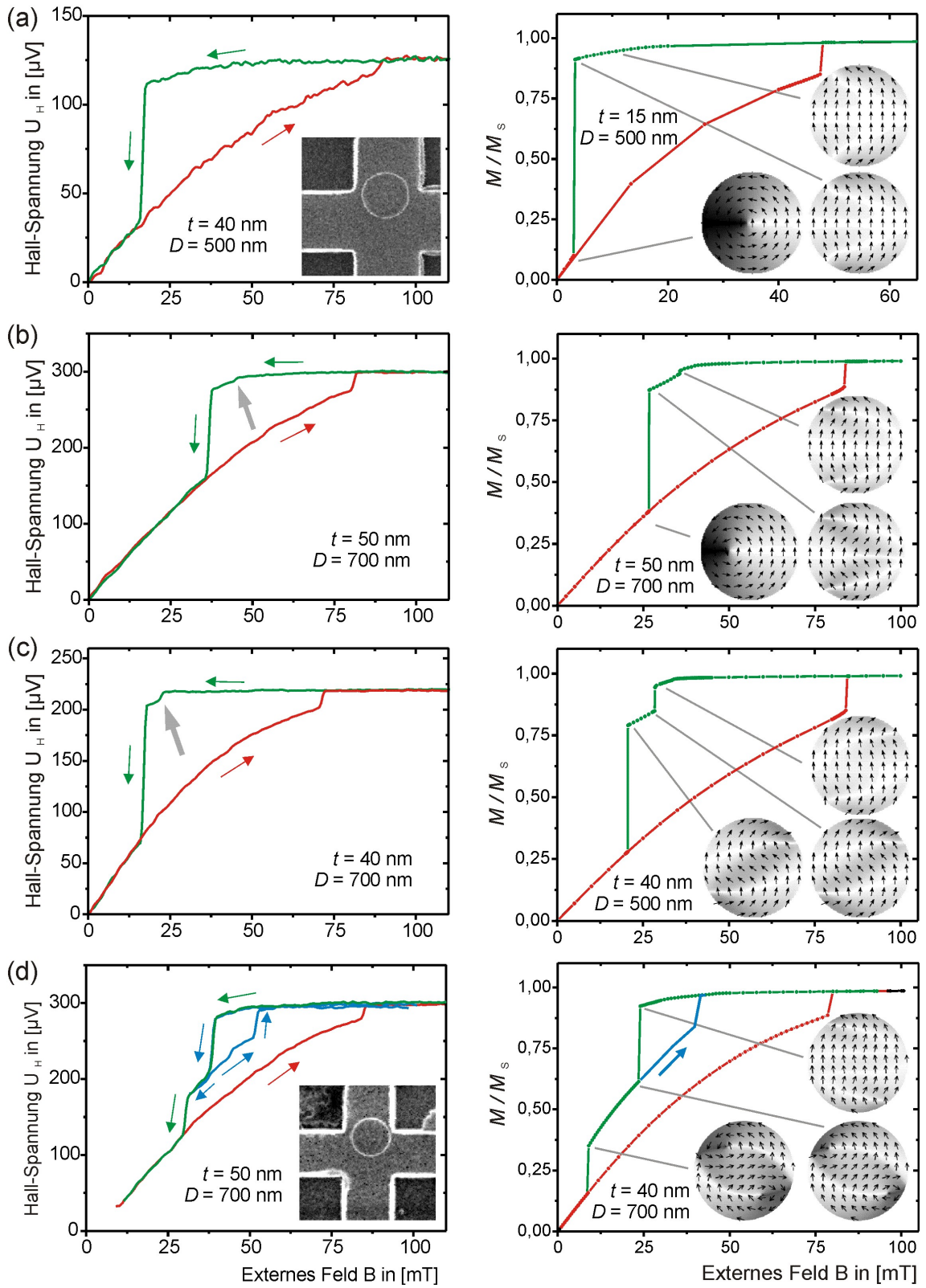
Abbildung 5.29: Das Annihilationsfeld und das Nukleationsfeld der Scheiben werden tendenziell mit zunehmendem Verhältnis von Durchmesser zu Dicke immer kleiner, so dass bei der in-plane Ummagnetisierung zunehmend Hysteresekurven auftreten, die in der Mitte offen sind, weil die Nukleation des Vortex erst im Gegenfeld stattfindet. Die Abbildung zeigt das Beispiel der Ummagnetisierung einer Permalloyscheibe mit 700 nm Durchmesser und 20 nm Höhe. Der nach oben versetzte minor-loop (blau, ii) dokumentiert die Reversibilität der Magnetisierungsprozesse vor der Vortexentstehung. Der nach unten verschobene minor-loop (blau, i) belegt die Magnetisierungsumkehr über eine Vortexkonfiguration, da der Verlauf der Kurve der reversiblen Verschiebung eines Vortex in der Scheibe entspricht, solange man die Sweeprichtung unterhalb der Annihilationsfeldstärke umkehrt (Messung M. Rahm in [66]).

domänigkeit (vergleiche Abschnitt 5.2.2) wirken sich die individuellen Merkmale der Scheiben besonders gravierend aus [67]. Die Bestimmung der Annihilationsfelder für verschiedene Scheiben, z. B. mit unterschiedlichen Abmessungen aber eben auch für Magneten mit nominell gleichen Abmessungen, stellt für die Mikro-Hall-Magnetometrie ein ideales Einsatzgebiet dar, da sie als störungsfreie Einzelteilchenmessung die unverfälschte Bestimmung der Felder für individuelle Scheiben erlaubt. Dadurch können Informationen über die Magnetisierungsumkehr von Nanopartikeln gewonnen werden, die den integralen Messmethoden prinzipiell nicht zugänglich sind. Dieser Vorteil wird besonders auch im nächsten Abschnitt deutlich, der sich mit der Nukleation der Vortices in den Scheiben befasst.

Die Vortex-Nukleation

Bisherige Arbeiten zur Vortexentstehung und -vernichtung in ferromagnetischen Scheiben, die mit denen der vorliegenden Arbeit vergleichbar sind, konnten zeigen, dass die Felder für die Nukleation (und die Annihilation) der Vortices auch für nominell gleiche Teilchen einer großen Schwankungsbreite unterworfen sind. Dennoch fanden M. Schneider *et al.* mit Hilfe von LTEM-Untersuchungen und Simulationen eine eindeutige Tendenz für die Änderung dieser beiden Feldwerte bei unterschiedlichen Aspektverhältnissen (Durchmesser/Dicke) der Scheiben [121]. So werden das Annihilationsfeld und das Nukleationsfeld mit zunehmendem Aspektverhältnis immer kleiner, was zeigt, dass der Vortex für Scheiben mit großen Durchmessern und kleinen Dicken bereits bei kleineren externen in-plane Feldern energetisch ungünstig wird. Dies kann soweit gehen, dass die Nukleation des Vortex erst im Gegenfeld erfolgt und deshalb eine in der Mitte offene Hysteres resultiert, wenn man das externe

Feld von der positiven Sättigung zur negativen und wieder zurück durchläuft.



In Abbildung 5.29 ist eine gemessene Streufeldhysterese dieses Typs dargestellt. Die ebenfalls in der Abbildung dargestellten blauen minor-loops belegen, dass dieser Ummagnetisierungsprozess über einen Vortexzustand verläuft. Die Nukleation des Vortex erst im Gegenfeld wurde bisher nur mit Hilfe der Mikro-Hall-Magnetometrie beobachtet. Da die Untersuchungen mit anderen Methoden meist bei Zimmertemperatur durchgeführt werden, könnte die tiefe Temperatur von wenigen Kelvin bei den entsprechenden Mikro-Hall-Messungen der Grund dafür sein. Allerdings konnte eine derart verzögerte Nukleation des Vortex auch in Simulationen, die ohne Temperatureinfluss gerechnet wurden, nicht nachvollzogen werden.

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde die Nukleation des Vortex als ein unmittelbarer Übergang aus einer nahezu gesättigten Konfiguration in den Zustand mit vollständig ausgebildetem Vortex dargestellt. Der Übergang vollzieht sich aber bei Weitem nicht für alle Scheiben in dieser einfachen Weise. Vielmehr spielen auch hier die genauen Abmessungen und oft auch kleine individuelle Abweichungen eine entscheidende Rolle für den genauen Ablauf. Simulationen von einer Gruppe um K. Yu. Guslienکو [122] und die erwähnten Untersuchungen von M. Schneider *et al.* [121] fanden C- und S-förmige *Bucklingzustände*¹⁰ in der Magnetisierungsstruktur

¹⁰Unter dem Begriff Bucklingzustand wird eine Klasse von fließenden Magnetisierungskonfigurationen in kleinen Teilchen zusammengefasst, bei denen die Magnetisierung in wechselnder Richtung von einer Vorzugsrichtung abweicht. In den Scheiben unterscheiden sich die einzelnen Zustände durch die Anzahl der aufeinanderfolgenden Richtungswechsel. Der treibende Faktor hinter dieser sonderbaren Ausrichtung der magnetischen Momente ist eine Reduktion der Streufeldenergie,

Abbildung 5.30: auf der Seite links: Bei der Ausbildung der Bucklingzustände vor der Vortexnukleation handelt es sich keineswegs immer um einen stetigen Prozess, vielmehr ist der Verlauf der Hysterese häufig durch auffallende Kinken geprägt. Um zu untersuchen ob eine Zuordnung der Charakteristika der unterschiedlichen Kinken zu bestimmten Magnetisierungsmustern möglich ist, wurden die Mikro-Hall-Messungen (linke Spalte) mit verschiedenen Simulationen verglichen (rechte Spalte). Gezeigt ist jeweils nur der Abschnitt der Hysterese im Bereich positiver Magnetfelder. Die Zuordnung der Messungen innerhalb einer Zeile zu einer bestimmten Simulation wurde lediglich aus Gründen der Plausibilität vorgenommen und dient als Interpretationsansatz für die Einordnung der äußerst komplexen Vorgänge bei der Vortexnukleation in den kleinen magnetischen Scheiben. Sie soll keinesfalls als möglicher Nachweis für die Ummagnetisierung nach dem entsprechenden Mechanismus verstanden werden. Die Abmessungen der Scheiben sind entsprechend in den Teilbildern angegeben. Die Insets in den Teilbildern der rechten Spalte zeigen die Magnetisierungskonfigurationen für ausgewählte Feldwerte der Simulationen. a) Achtung: die Simulation weist hier eine von den übrigen Bildern abweichende Skalierung der x-Achse auf, Simulation mit OOMMF, $M_S = 770 \text{ kA/m}$, Zellgröße: 5 nm . b) Simulation mit MicroMagus $M_S = 770 \text{ kA/m}$, Zellgröße: $5,4 \text{ nm}$. c) Simulation mit MicroMagus, $M_S = 770 \text{ kA/m}$, Zellgröße: $3,9 \text{ nm}$. d) Simulation mit LLG Micromagnetics Simulator, $M_S = 800 \text{ kA/m}$, Zellgröße: $4,96 \text{ nm}$. Die grauen Pfeile in c) und d) markieren die Position der Kinken, die im Text genauer erläutert werden, die übrigen Pfeile (grün, rot und blau) geben die Sweeprichtung des Magnetfeldes bei der Aufzeichnung des jeweiligen Abschnittes der Hysterese an. Alle Messungen wurden zwischen $1,4 \text{ K}$ und $4,2 \text{ K}$ durchgeführt, die Simulationen dagegen bei 0 K . Genauere Erläuterungen zu den verschiedenen Magnetisierungsverläufen finden sich im Text.

der Scheiben, welche dem Sprung in den Vortex vorausgehen. Die in den beiden Arbeiten erkannte Tendenz, dass der C-Zustand vor allem in kleinen Scheiben auftritt und der S-Zustand den größeren Scheiben vorbehalten ist, wurde durch systematische Simulationen von J. Kin Ha *et al.* bestätigt [123]. Dieses Ergebnis erscheint durchaus plausibel, da das S-Buckling einen Richtungswechsel mehr aufweist als die C-Konfiguration und deshalb etwas mehr Platz benötigt, wenn die Austauschenergie nicht unverhältnismäßig stark zunehmen soll.

In den experimentellen Untersuchungen sowohl von Schneider als auch denen der vorliegenden Arbeit ist dieser Zusammenhang zwischen Scheibenabmessungen und der Art des Bucklings weniger unmittelbar. Dies deutet darauf hin, dass bei realen Proben häufig individuelle Merkmale den geringen energetischen Unterschied zwischen den verschiedenen Buckling-Konfigurationen in idealen Scheiben überdecken. Festzuhalten bleibt jedoch, dass bei allen Untersuchungen Buckling-artige Vorstufen, die sich lediglich in der Zahl der Richtungswechsel unterscheiden, der Nukleation des Vortex vorausgehen. Aus Sicht der Mikro-Hall-Magnetometrie ist vor allem die magnetfeldabhängige Entwicklung dieser Bucklingphase bei der Ummagnetisierung der Scheiben interessant. Wie im Rahmen dieser Arbeit erstmals gezeigt werden konnte, handelt es sich bei der zunehmenden Ausprägung des Bucklings nämlich keineswegs immer um einen stetigen Prozess, vielmehr ist der Verlauf häufig durch Kinken in der Hysterese geprägt, die von einer spontanen Änderung des Bucklings herrühren. Um zu untersuchen ob eine Zuordnung der Charakteristika der unterschiedlichen Kinkenformen zu bestimmten Magnetisierungsmustern möglich ist, wurden begleitend zu den Mikro-Hall-Messungen Simulationen mit verschiedenen Computercodes durchgeführt (siehe Bildunterschrift der Abbildung 5.30 und [124]). Die Simulationen wurden im Rahmen einer Kooperation sowohl von M. Schneider mit dem *OOMMF*-Programm (*Object Oriented MicroMagnetic Framework*) [125] und dem *MicroMagus*-Code [126] als auch von R. Pulwey mit dem *LLG Micromagnetics Simulator* [98] durchgeführt. Der Einsatz der unterschiedlichen Programme erwies sich als überaus nützlich, da die einzelnen Implementierungen die tatsächliche Bandbreite der verschiedenen Mechanismen nur sehr unvollständig wiedergeben. Auch dies ist ein deutliches Indiz dafür, wie subtil die Unterschiede für die genauen Abläufe in der Bucklingphase der Magnetisierungsumkehr veranlagt sind. In Abbildung 5.30 ist eine Übersicht über die Ergebnisse dargestellt, die durch einen Vergleich der Mikro-Hall-Messungen mit den Simulationen erzielt werden konnten.

Unter a) ist links eine Streufeldhysterese gezeigt, die vor dem Sprung in den Vortextzustand lediglich ein zunehmend deutlicheres Abnehmen des Hallsignals aufweist und damit das bereits beschriebene einfache Muster der Hysteresekurve widerspiegelt. Die simulierte Scheibe rechts daneben hat den selben Durchmesser wie das ver-

wenn sich die Momente an den Rand der Scheiben anschmiegen. Auf diese Weise stellen die Bucklingkonfigurationen energetisch begünstigte Zwischenformen dar, die sich aus einem Kompromiss zwischen Austauschenergie und Streufeldenergie ergeben: Sie weisen weder den geschlossenen Fluss der Vortexkonfiguration auf, noch die verschwindende Austauschenergie der Parallelausrichtung der Momente.

messene Teilchen, jedoch eine wesentlich geringere Dicke. Bis auf die damit verbundene Abnahme der Annihilations- und Nukleationsfeldstärke (siehe oben in diesem Abschnitt), weisen die beiden Kurven eine augenfällige Ähnlichkeit auf. Betrachtet man die simulierten Magnetisierungskonfigurationen, dann erkennt man den Grund für den Verlauf der Hysterese in der sukzessiven Ausbildung eines C-Zustandes, bis schließlich ein abrupter Übergang in die Vortexkonfiguration auftritt. Dass sich ein anfänglicher C-Zustand auch anders entwickeln kann, insbesondere dann wenn er in etwas größeren Scheiben auftritt, zeigt die Simulation in Teilbild b) auf der rechten Seite. Nach einem zunächst sehr ähnlichen Verlauf zum Fall a), bildet sich innerhalb eines sehr kleinen Feldbereiches eine zusätzliche Welle im Magnetisierungsverlauf aus. Dieser Zustand wird wegen seiner augenscheinlichen Ähnlichkeit mit dem entsprechenden Buchstaben manchmal auch als W-Zustand bezeichnet [123, 110]. In der simulierten Hysteresekurve tritt während der Ausbildung des W-Zustandes eine kleine Kinke auf. Die Hallmessung an einer Scheibe mit identischen Abmessungen, welche auf der linken Seite von Teilbild b) dargestellt ist, zeigt ebenfalls eine leichte Diskontinuität im Signal (grauer Pfeil).

Dass ein plötzliches „Einknicken“ der Magnetisierung auch zu markanteren Kinken sowohl in der Streufeldhysterese als auch in der Gesamtmagnetisierung führen kann, zeigt das Teilbild 5.30 c). Während die Streufeldhysteresekurve auf der linken Seite wieder das Beispiel einer Messung an einer realen Probe zeigt, illustriert die Simulation auf der rechten Seite eine analoge Entwicklung für die Magnetisierung einer Scheibe mit vergleichbaren Abmessungen. Die auf der rechten Seite ebenfalls dargestellten Magnetisierungsmuster lassen erkennen, dass diese spezielle Form der Hysteresekurve in der Simulation von einer S-förmigen Buckling-Struktur hervorgerufen wird. Nachdem bei Felderniedrigung zunächst die Krümmung der S-Buckling-Struktur kontinuierlich zunimmt, vergrößert sich bei einem bestimmten Feldwert der Winkel zwischen den Spins schlagartig und das Buckling-Muster erscheint deutlich stärker ausgeprägt. Da dieser sprunghafte Übergang auch in der Simulation als Konfigurationsänderung beobachtet wird, scheiden lokale Inhomogenitäten als Ursache für ein derartiges Verhalten aus. Dies zeigt, dass im sukzessive abnehmenden externen Feld der Kompromiss aus Austauschenergie und Streufeldenergie nicht kontinuierlich durch eine einfach immer stärker werdende Krümmung in der fließenden Magnetisierungsstruktur im absoluten Energieminimum verlaufen kann.

Die Ummagnetisierung welche in der Simulation des Teilbildes 5.30 d) rechts dargestellt ist, weicht deutlich von den bisher beschriebenen Mechanismen der Vortextnukleation im Anschluss an eine Vorstufe verschiedenartiger Buckling-Zustände ab. Wie die Bilder der Konfigurationen illustrieren, ergibt sich ein erster Sprung beim Übergang von einer Buckling-Struktur mit vier Richtungswechseln in eine Konfiguration bei der sich gleichzeitig zwei Vortices in der Kreisscheibe befinden. Diese weisen entgegengesetzten Drehsinn auf und bewegen sich bei weiterer Felderniedrigung in Richtung Scheibenmitte, so dass die über die Scheibe gemittelte Magnetisierung kontinuierlich abnimmt. Mit einem weiteren Sprung in der Magnetisierung wird schließlich die Doppelvortexkonfiguration zugunsten der vertrauten Struktur

mit nur einem Vortex in der Nähe des Scheibenzentrums aufgegeben. Auch für diese Form der Magnetisierungsumkehr wurden in Scheiben mit einer Dicke von mehr als 40 nm und einem Durchmesser über 500 nm Entsprechungen bei gemessenen Streufeldhysteresekurven gefunden, wie dies die linke Seite der Abbildung 5.30 d) exemplarisch zeigt. Die gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den simulierten minor-loops (blaue Kurven in den Abbildungen) legt nahe, dass es sich bei dem Zwischenzustand der Messung tatsächlich um die Doppelvortexkonfiguration handeln könnte. Dieser Zustand ist für elliptischen Elemente bereits seit Längerem bekannt [127]. Er war aber für kleine, kreisrunde Scheiben, wie sie in dieser Arbeit untersucht wurden, lange Zeit experimentell nicht zugänglich, so dass dieses Ergebnis durchaus bemerkenswert ist. Inzwischen ist es auch durch MFM-Aufnahmen von R. Pulwey gelungen, die Doppelvortexkonfiguration in Permalloyscheiben mit einem Durchmesser von weniger als $1\text{ }\mu\text{m}$ nachzuweisen [110]. Abschließend sei noch darauf hingewiesen, dass die Zuordnung von Messungen und Simulationen in Abbildung 5.30 keinesfalls als Nachweis für die Ummagnetisierung nach dem entsprechenden Mechanismus gewertet werden kann. Die Zuordnung wurde lediglich aus Gründen der Plausibilität vorgenommen und dient als Interpretationsansatz für die Einordnung der äußerst komplexen Vorgänge bei der Vortexnukleation in den kleinen magnetischen Scheiben.

Kapitel 6

Ergebnisse zum AB-Effekt

Das Ziel der Messungen an den AB-Ringen war es, den Einfluss der Ringmagneten (vergleiche Abschnitt 4.3) auf die Widerstandssoszillationen zu untersuchen und mit den vorhergesagten Auswirkungen einer spinabhängigen Berry-Phase zu vergleichen. Im Rahmen der Arbeit ist es gelungen AB-Oszillationen an AB-Ringen mit flachen 2DEGs zu messen. Zunächst werden in diesem Kapitel einige Ergebnisse von der erfolgreichen Vermessung dieser „leeren“ AB-Ringe vorgestellt (siehe z. B. Abbildung 6.1), da diese bereits einige interessante Erkenntnisse mit sich bringen. Im Anschluss daran werden mögliche Gründe diskutiert, warum eine Beobachtung der Oszillationen an Ringen mit aufgesetztem Ferromagneten bisher nicht möglich war.

6.1 AB-Oszillationen an Ringen mit flachen 2DEGs

Nachdem es gelungen war mit reaktivem Ionen-Ätzen die ersten Ringe herzustellen, die von der Geometrie die geforderten Eigenschaften aufwiesen, wurden sie zunächst bei $1,4\text{ K}$ im ^4He -Kryostaten vermessen. Dies erwies sich vor allem deshalb als

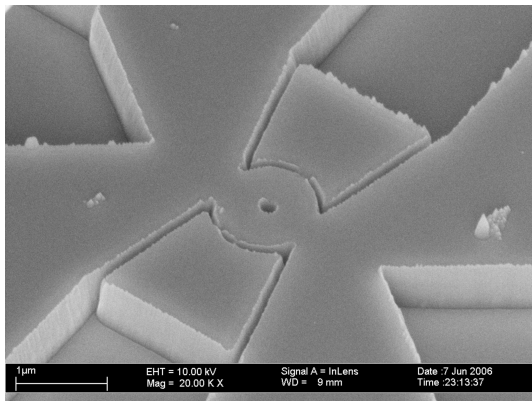


Abbildung 6.1: Mittels reaktivem Ionen-Ätzen ist es gelungen schöne Ringe mit den angestrebten Abmessungen herzustellen. Die REM-Aufnahme zeigt ein Beispiel für einen dieser Ringe. Im Gegensatz zu der in Abbildung 4.11 vorgestellten Struktur sind in diesem Beispiel so gut wie keine Ablagerungen von Ätzrückständen entlang der Ätzflanken zu beobachten. Eine große Äztiefe erleichtert die Repositionierung der ferromagnetischen Ringe (vergleiche Abbildung 4.14), so dass die Halbleiterstruktur meist deutlich tiefer geätzt wurde als zur bloßen Definition der AB-Ringe notwendig gewesen wäre.

schwierige Aufgabe, weil bei der Wahl der Probenabmessungen und der Messparameter nicht auf Literaturdaten zurückgegriffen werden konnte. So war beispielsweise die Phasenkohärenzlänge in den flachen 2DEGs nicht bekannt, weshalb zunächst nicht klar war, ob die Amplitude der Oszillationen bei den gewählten Bedingungen überhaupt groß genug für eine erfolgreiche Messung war. Erschwerend kam hinzu, dass es für die Ringe keine einfache Möglichkeit gibt festzustellen, ob beide Ringarme am Transport beteiligt sind, weil die Widerstände der Ringe über einen weiten Bereich mit Hilfe der Gatespannung variiert werden können. Ein erster Hinweis auf eine oszillatorische Widerstandsänderung mit der erwarteten Periode im Magnetfeld ergab sich schließlich an einem Ring mit einem verhältnismäßig kleinen mittleren Durchmesser von ca. 690 nm und großer Armbreite von etwa 530 nm (dieser Ring ist in Abbildung 4.11 dargestellt). Nach Gleichung 3.8 ergibt sich daraus eine Periodenlänge der h/e -Oszillationen von ca. 11 mT . In Abbildung 6.2 ist gezeigt, dass die bei $1,4\text{ K}$ aufgenommene Magnetowiderstandskurve innerhalb des vergrößert dargestellten Abschnittes erste Andeutungen von Oszillationen mit passender Periode erkennen lässt.

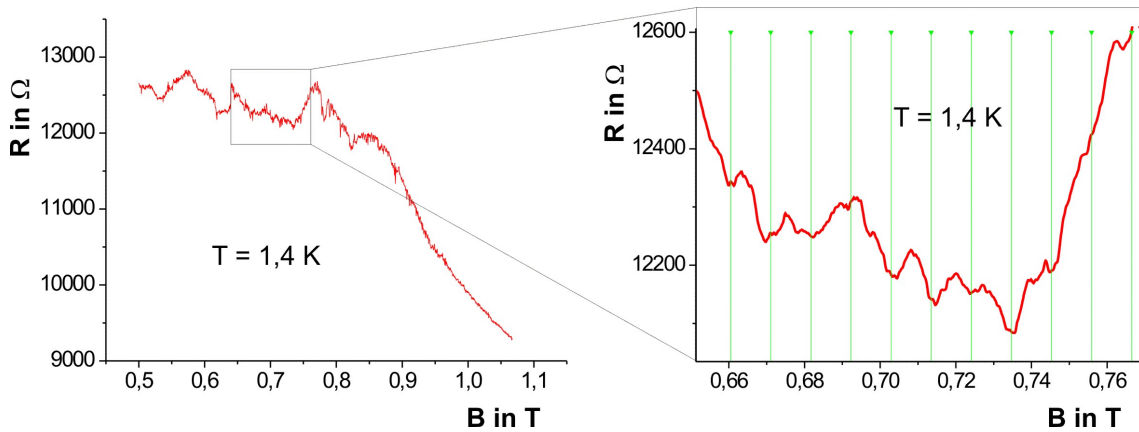


Abbildung 6.2: Die dargestellte Messung wurde bei $1,4\text{ K}$ an dem in Abbildung 4.11 vorgestellten Ring (mittlerer Durchmesser ca. 690 nm , Armbreite etwa 530 nm) mit einem Messstrom von ca. $1,3\text{ nA}$ durchgeführt. Im vergrößert dargestellten Ausschnitt, bei dem zusätzlich über 20 Messpunkte gemittelt wurde, sind erste Andeutungen von AB-Oszillationen erkennbar. Die durch die grünen Linien angedeutete Periode von $10,7\text{ mT}$ stimmt gut mit dem aufgrund der Ringfläche erwarteten Wert überein ($11,1\text{ mT}$ bei 690 nm mittlerem Durchmesser).

Aus diesem Grund wurde die Probe in einen ^3He -Probenstab eingebaut, mit dem die Probe bis auf 300 mK abgekühlt werden kann. Die Phasenkohärenzlänge ist bei der tieferen Temperatur deutlich größer (siehe Abschnitt 2.3.3), so dass es mit den entsprechenden Messungen möglich war, die sich bei $1,4\text{ K}$ abzeichnenden Widerstandsschwankungen eindeutig als AB-Oszillationen zu bestätigen, wie die rote Kurve in Abbildung 6.3 oben zeigt. Die Periode der Oszillationen liegt mit ca. 14 mT etwas über dem aus der Messung bei $1,4\text{ K}$ erwarteten Wert, jedoch

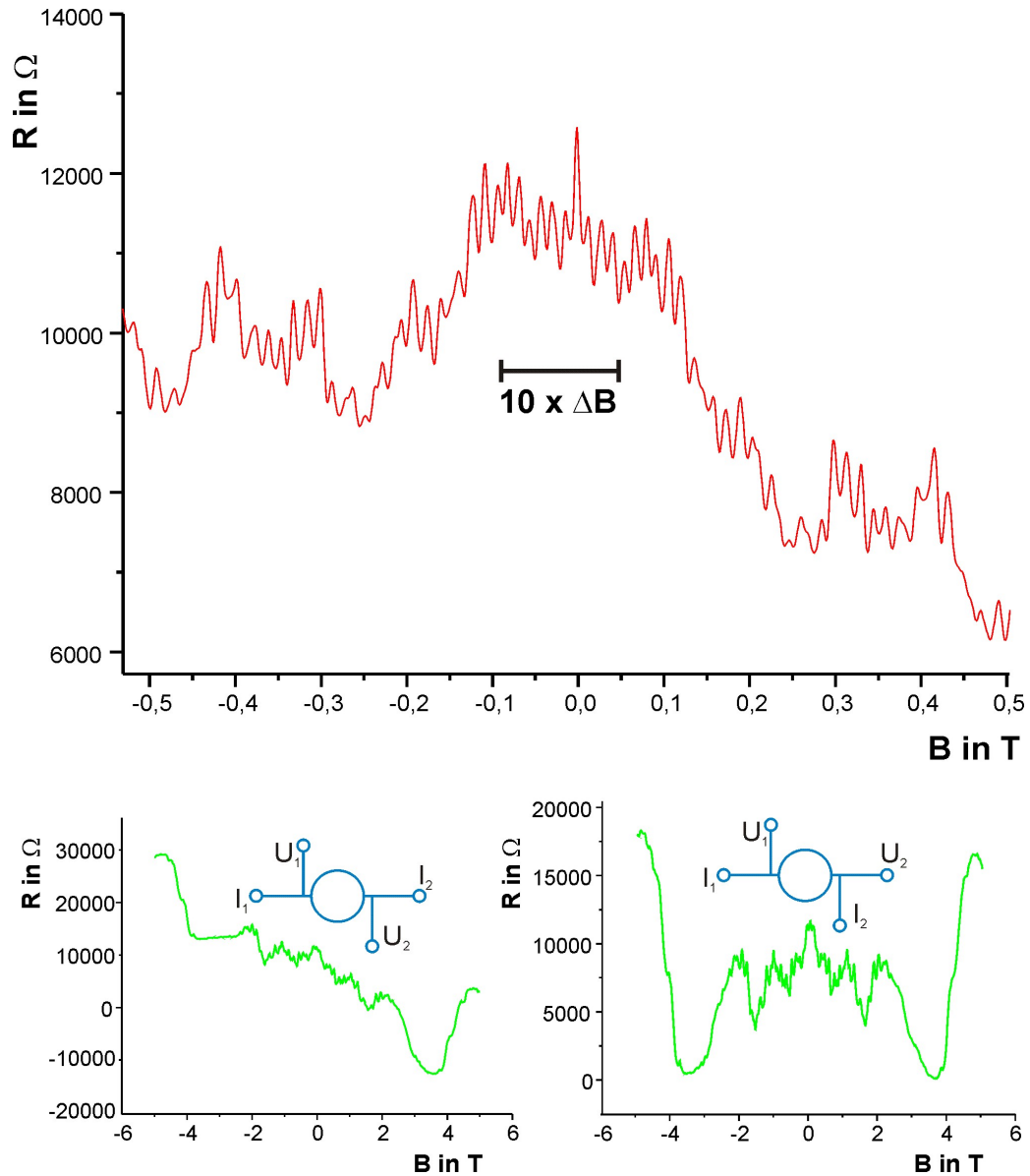


Abbildung 6.3: Eine Wiederholung der Messung aus Abbildung 6.2 bei einer Temperatur von etwa 350 mK lieferte eindeutige AB-Oszillationen. Der eingezeichnete Balken im oberen Teilbild zeigt zur leichteren Orientierung die Magnetfelddifferenz ΔB für zehn vollständige Perioden. Die beiden grünen Kurven im unteren Bereich der Abbildung zeigen den Magnetowiderstand über einen größeren Magnetfeldbereich von -5 T bis 5 T für zwei unterschiedliche Kontaktbelegungen (siehe blaue Skizzen). Auf einer sehr groben Skala sind in beiden unteren Teilbildern für jede Magnetfeldrichtung jeweils drei Maxima der $1/B$ -periodischen Shubnikov-de-Haas-Oszillationen erkennbar, die typisch für Längswiderstände im Quanten-Hall-Regime sind. Im linken Teilbild ist jedoch dem Verlauf des Widerstandes im gesamten Magnetfeldbereich ein linearer Hallwiderstand überlagert. Durch Vertauschen von Stromkontakt I_2 und Spannungsabgriff U_2 gelingt es, diese Hallspannung zu eliminieren, so dass der Spannungsverlauf im rechten Teilbild für beide Magnetfeldrichtungen weitgehend symmetrisch ist.

entspricht dieser Unterschied lediglich einer Abweichung des mittleren Durchmessers von etwas mehr als 10 % und ist damit durchaus im Rahmen der Ungenauigkeit bei der Bestimmung des Wertes.

Im linken unteren Teilbild von Abbildung 6.3 ist der Widerstandsverlauf des Ringes für einen Magnetfeldbereich von -5 T bis 5 T grün dargestellt. Die Oszillationen sind in dieser Darstellung zwar nicht mehr erkennbar, dafür kann man an dieser Kurve verschiedenen Beiträge des Untergrundsignals erkennen, das den AB-Oszillationen überlagert ist. Auf einer groben Skala sind für beide Magnetfeldrichtungen drei Maxima der $1/B$ -periodischen Shubnikov-de-Haas-Oszillationen erkennbar, die typisch für Längswiderstände im Quanten-Hall-Regime sind (vergleiche Abschnitt 2.2). Dem Verlauf des Widerstandes ist außerdem im gesamten Magnetfeldbereich ein Hallwiderstand überlagert, der sich durch eine ausgeprägte Asymmetrie der Kurve bezüglich der Nullfeldachse bemerkbar macht. Dies ist die unmittelbare Folge der Kontaktbelegung bei der Aufzeichnung der Widerstandskurve, die so gewählt wurde, wie es die blaue Skizze des Teilbildes links unten andeutet. Durch einfaches Tauschen der Anschlüsse, so dass die beiden Spannungsabgriffe auf der gleichen Seite des Strompfades zu liegen kommen, lässt sich die Überlagerung des Signals mit einer Hallspannung vermeiden. In Abbildung 6.3 ist im rechten unteren Teilbild eine entsprechende Messkurve dargestellt, die zugehörige blaue Skizze zeigt die abgeänderte Kontaktbelegung. Man erkennt klar die auf diese Weise erreichte Symmetrie der Messkurve für positive und negative Magnetfeldwerte. Auf einer Magnetfeldskala, die größer als die Periode der AB-Oszillationen ist, jedoch deutlich kleiner als die Breite der Shubnikov-de-Haas-Oszillationen bei Feldern oberhalb von etwa $0,5\text{ T}$, prägen die universellen Leitwertfluktuationen (vergleiche Abschnitt 2.2) den Verlauf der Widerstandskurven. Wie im rechten unteren Teilbild von Abbildungen 6.3 gut zu erkennen ist, sind diese Fluktuationen ebenfalls symmetrisch bezüglich einer Inversion des Magnetfeldes ([47]).

Nachdem es gelungen war, die AB-Oszillationen zu messen, wurde versucht durch eine geeignete Wahl der Messparameter die Oszillationsamplitude zu optimieren, um bei späteren Messungen das Auffinden des Effektes zu erleichtern. Zunächst wurde der Einfluss des Messstromes untersucht, wobei sich allerdings herausstellte, dass in einem Bereich von ca. $0,6\text{ nA}$ bis etwa 3 nA keine nennenswerten Veränderungen im Signal-Rausch-Verhältnis zu beobachten waren. Aus diesem Grund wurden alle nachfolgenden Messungen mit einer Amplitude des niederfrequenten Lock-in-Stromes von ungefähr 1 nA durchgeführt.

Während bei diffusivem Transport die Überlagerung der Strom treibenden Lock-in-Spannung mit einer konstanten Gleichspannung (DC-Bias) in AB-Ringen eine deutliche Erhöhung der Amplitude der AB-Oszillationen mit sich bringen kann [128], konnte eine ähnlich eindeutige Abhängigkeit für ballistische Ringe bislang nicht beobachtet werden. Dennoch ergeben sich auch in diesem Regime Veränderungen in der Oszillationsamplitude, wenn ein Ring mit verschiedenen überlagerten Gleichspannungen betrieben wird [129]. Aus diesem Grund wurden auch hier die Oszilla-

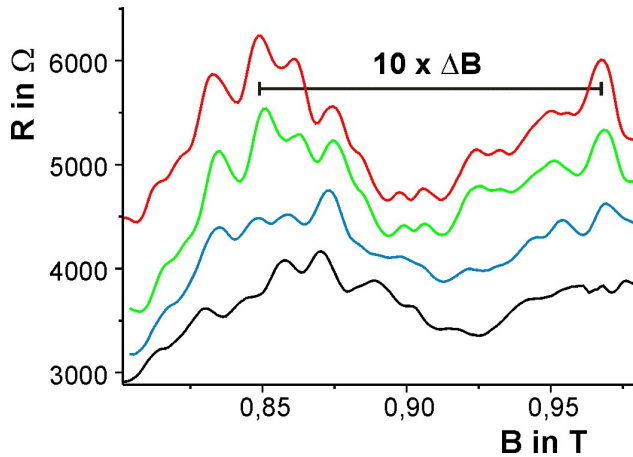
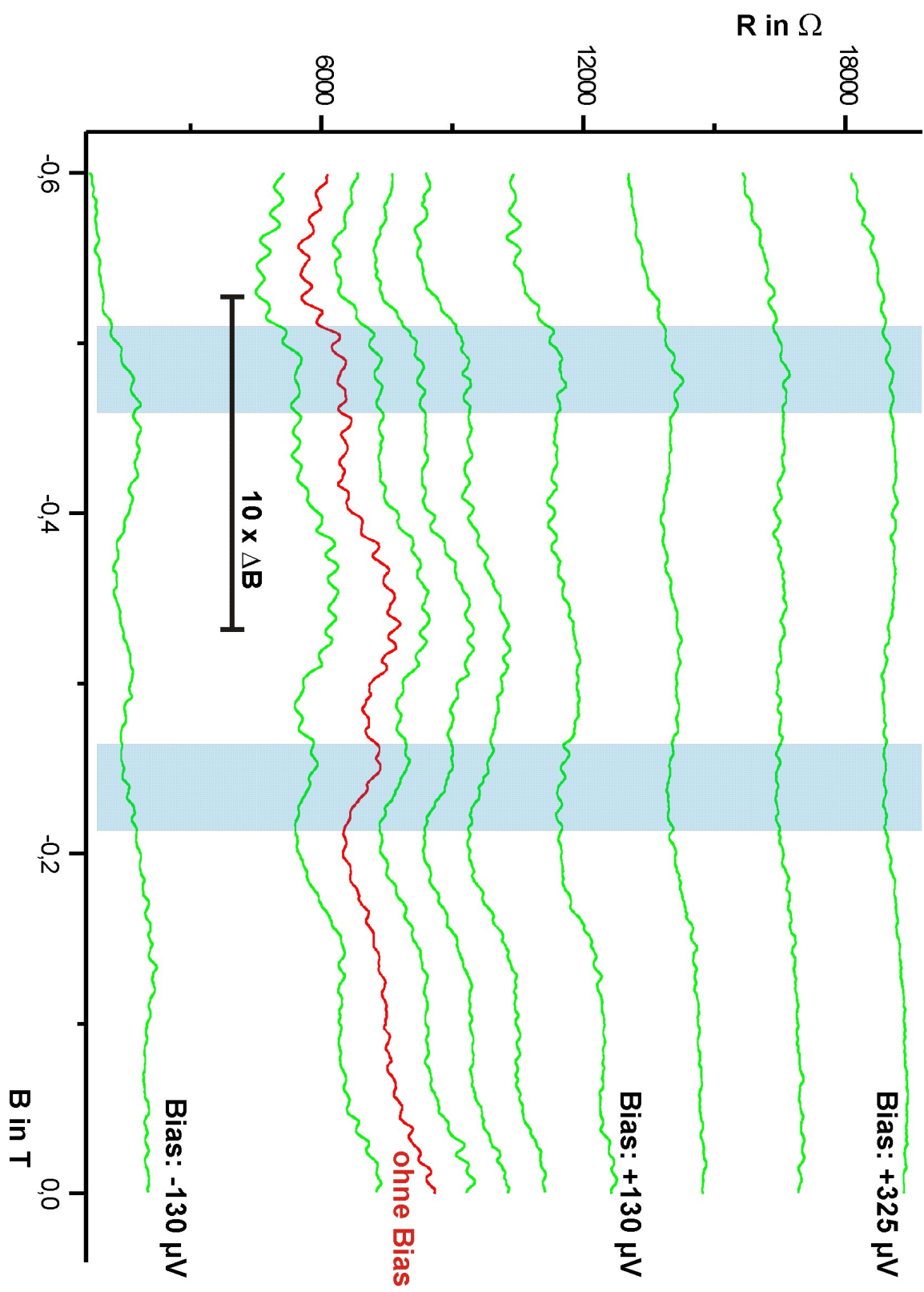


Abbildung 6.4: In dem gezeigten kleinen Bereich des Magnetfeldes ist deutlich der Einfluss unterschiedlicher Offset-Spannungen (DC-Bias) auf die Amplitude der AB-Oszillationen zu erkennen. Diese wird mit zunehmender Offset-Spannung rasch kleiner (DC-Bias über dem Ring steigt von oben nach unten: rot $\hat{=}$ 0 μ V, grün $\hat{=}$ 10 μ V, blau $\hat{=}$ 30 μ V, schwarz $\hat{=}$ 50 μ V). Die Kurven sind zur Verbesserung der Übersicht vertikal verschoben dargestellt, der Balken zeigt zur Orientierung die Magnetfelddifferenz ΔB für zehn vollständige Oszillationsperioden.

tionen für verschiedene Bias-Spannungen vermessen¹. Abbildung 6.4 zeigt auf der rechten Seite, dass in diesem konkreten Fall die Amplitude mit größer werdender Offset-Spannung (im Bild von unten nach oben) rasch kleiner wird. Nachdem die bisher vorgestellten Ergebnisse alle aus Messungen an einem einzigen Ring gewonnen wurden, stellt sich natürlich die Frage nach deren Reproduzierbarkeit durch die Vermessung weiterer Strukturen. Es zeigte sich allerdings, dass die Kenntnis geeigneter Messparameter keinesfalls ausreichte, um die Oszillationen an einer Vielzahl von Ringen beobachten zu können. Diese Problematik wird im folgenden Abschnitt 6.2 noch genauer diskutiert. Dennoch ist es gelungen den AB-Effekt auch an anderen Ringen zu beobachten, so dass zur Abhängigkeit der Oszillationen von der Bias-Spannung ein weiterer Satz an Messdaten ermittelt werden konnte, siehe dazu Abbildung 6.5.

Man erkennt deutlich die Tendenz, dass auch hier mit größerer werdender Offset-Spannung die Amplitude der AB-Oszillationen immer kleiner wird. Bei genauerer Betrachtung fällt jedoch auf, dass es interessanterweise auch Bereiche im Magnetfeld gibt, in denen diese Abhängigkeit nicht gilt. Im linken der beiden hellblau unterlegten Bereiche in der Abbildung 6.5 ist diese Dämpfung der Oszillationen nur sehr schwach ausgeprägt und im rechten Bereich ist gar die Monotonie der Abhängigkeit nicht gegeben. Nach anfänglicher Abnahme der Amplitude mit steigendem Bias ist sie bei einer Spannung von 130 μ V sogar etwas größer als ohne Bias, bei noch höheren Offset-Spannungen nimmt sie jedoch wieder rasch ab. Bemerkenswert ist dabei auch, dass dieses Verhalten nicht symmetrisch für positive und negative Bias-Werte auftritt.

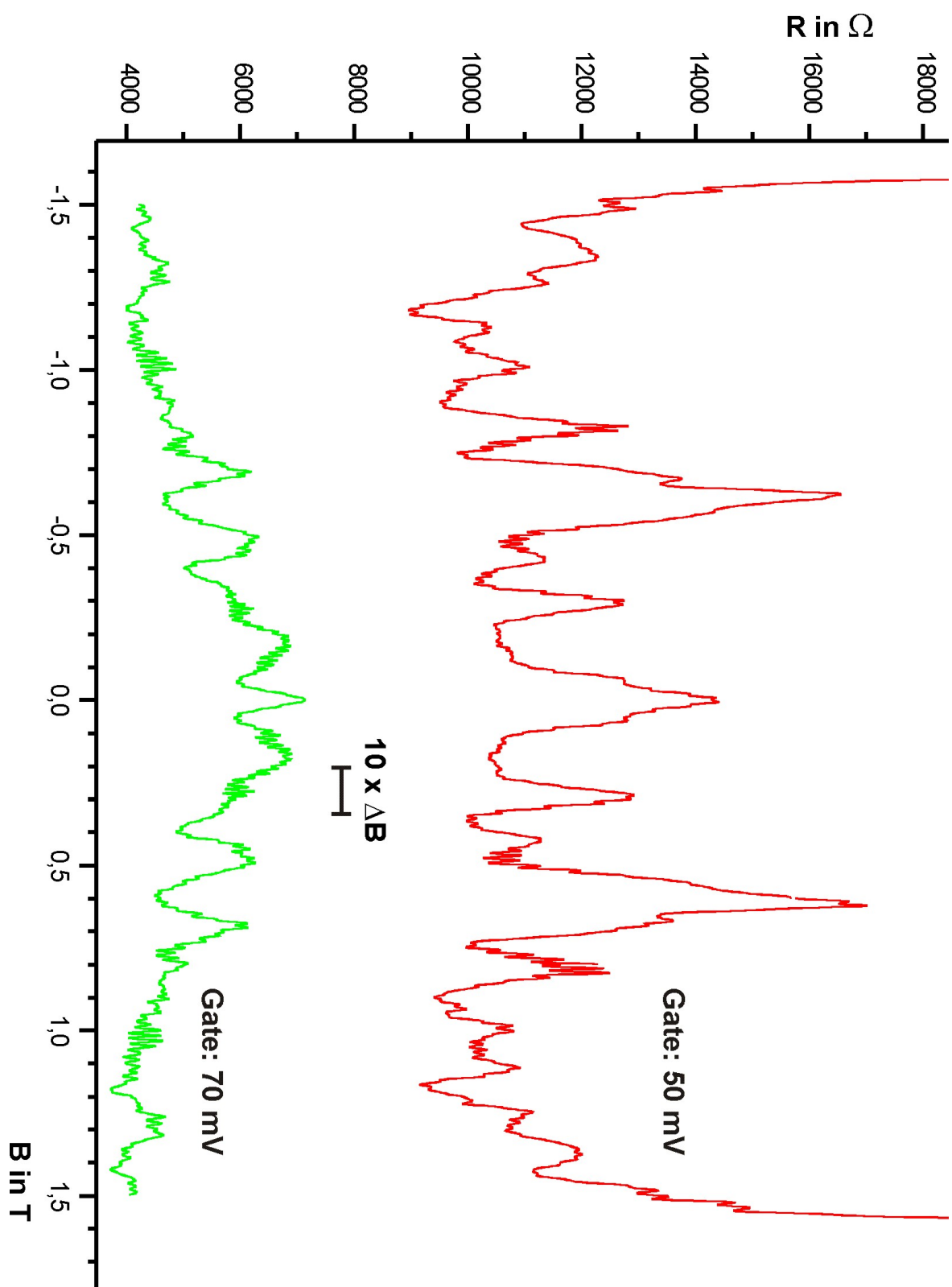
¹Da neben der Lock-in-Spannung auch die Offsetspannung über das System aus Vorwiderstand und 2DEG-Ring angelegt wurde, fällt über dem Ring genau genommen keine konstante Offsetspannung ab, sondern es wird dem Ring ein konstanter Offsetstrom aufgeprägt. Da sich der Widerstand der Ringe in den untersuchten Bereichen jedoch nur geringfügig ändert, kann dieser Strom näherungsweise in eine über dem Ring abfallende Spannung umgerechnet werden.



Betrachtet man beispielsweise den Magnetfeldbereich zwischen $-0,6\text{ mT}$ und $-0,5\text{ mT}$ so erkennt man, dass für die kleinste gezeigte positive Offset-Spannung ($26\text{ }\mu\text{V}$) die Oszillationsamplitude im Vergleich zur Kurve ohne Bias bereits deutlich abgenommen hat, für die gleiche negative Offset-Spannung ist jedoch die Amplitude in diesem Bereich nicht kleiner geworden. Dagegen sind bei einer positiven Vorspannung von $130\text{ }\mu\text{V}$ die Oszillationen wieder deutlich zu sehen, während sie für $-130\text{ }\mu\text{V}$ nahezu völlig verschwunden sind. Über die Ursachen dieses Verhaltens kann derzeit nur spekuliert werden, zumal auch die Literatur, bis auf wenige Ausnahmen kaum Anhaltspunkte zur Klärung bietet. So beobachten beispielsweise M. Cassé *et al.* Phasenänderungen der Oszillationen in Abhängigkeit einer Offset-Spannung [129] und sowohl M. Yosefin und M. Kaveh [130] als auch J. Liu und seine Kollegen [75] sehen einen engen Zusammenhang zwischen Streuereignissen in den Strukturen und der Amplitude der AB-Oszillationen. Da die Streuung sowohl durch die Energie der Transportelektronen als auch durch das aktuelle Magnetfeld beeinflusst wird, könnte dadurch möglicherweise die wechselnde Ausprägung der Oszillationen bei verschiedenen Offset-Spannungen und unterschiedlichen Magnetfeldpositionen erklärt werden.

Nachdem geklärt war, dass ein DC-Bias in den 2DEG-Ringen im Allgemeinen keine Verbesserung für das AB-Signal mit sich bringt, wurden alle weiteren Messungen ohne Offset-Spannung durchgeführt. Die Messungen von Abbildung 6.5 zeigen die Widerstandskurven nur über einen Magnetfeldbereich von $0,6\text{ T}$. Wie sich der Magnetowiderstand dieses Ringes im Intervall zwischen $-1,5\text{ T}$ und $1,5\text{ T}$ verhält, ist in Abbildung 6.7 für zwei verschiedene Gatespannungen dargestellt. Nachdem diese Einflussgröße bisher nur dazu benutzt wurde, um den Widerstand der Ringe so einzustellen, dass der Strom von nur einigen Moden getragen wird, zeigt diese Messung, dass eine veränderte Gatespannung sowohl auf den Signaluntergrund, als auch auf die AB-Oszillationen deutliche Auswirkungen hat. Der Einfluss der Gatespannung auf den AB-Effekt wurde an diesem Ring durch eine Messreihe im Mischkryostaten genauer untersucht. Die Ergebnisse der entsprechenden Messungen sind in Abbildung 6.6 zusammengefasst.

Abbildung 6.5: auf der Seite links: Die Abhängigkeit der Oszillationsamplitude von unterschiedlichen Offset-Spannungen wurde mit den Messungen dieser Abbildung zusätzlich an einem weiteren Ring (mittlerer Durchmesser ca. 660 nm , Armbreite etwa 485 nm) über einen größeren Magnetfeldbereich ($-0,6\text{ T}$ bis 0 T) bei 300 mK mit einem Lock-in-Strom von ca. $1,5\text{ nA}$ untersucht. Auch hier erkennt man deutlich die Tendenz, dass mit größerer werdender Offset-Spannung die Amplitude der AB-Oszillationen immer kleiner wird. Dies gilt jedoch nicht für den gesamten untersuchten Magnetfeldbereich gleichermaßen. Im Text wird dieses Verhalten für die beiden hellblau unterlegten Intervalle und für den Bereich von $-0,6\text{ T}$ bis $-0,5\text{ T}$ genauer diskutiert. Die Kurven sind der Übersichtlichkeit halber vertikal versetzt dargestellt und zwar ausgehend von der roten Kurve, die ohne Bias aufgezeichnet wurde direkt proportional zum jeweiligen Bias (y -Offset der Kurven in $\Omega = \text{Bias in } \mu\text{V} * 38$, die Kurven bei $-130\text{ }\mu\text{V}$, $130\text{ }\mu\text{V}$ und $325\text{ }\mu\text{V}$ Offset-Spannung sind zur leichteren Orientierung überdies direkt bezeichnet). Der schwarze Balken zeigt zur leichteren Orientierung wieder die Magnetfelddifferenz ΔB für zehn vollständige Oszillationsperioden.



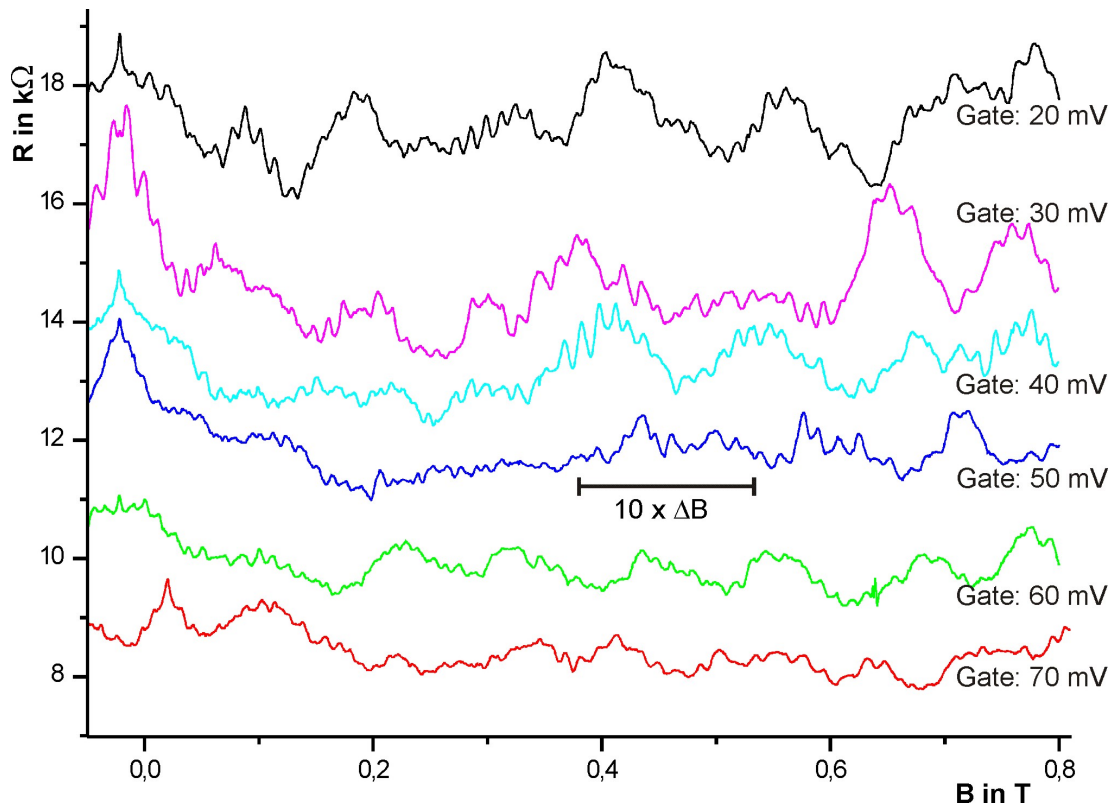


Abbildung 6.6: Der Einfluss unterschiedlicher Gatespannungen auf den AB-Effekt wurde an einem Ring mit einem Durchmesser von ca. 660 nm, und einer Armbreite von etwa 485 nm durch eine Messreihe im Mischkryostaten eingehend untersucht ($T = 200$ mK, $I = 1,0$ nA). Die Abnahme des Gesamtwiderstands mit steigender Gatespannung ist eine unmittelbare Folge der Erhöhung der Ladungsträgerdichte. Die AB-Oszillationen sind für die untersuchten Gatespannungen dann am deutlichsten ausgeprägt, wenn der Widerstand des Ringes ungefähr bei 13 k Ω liegt (Gate: 40 mV bis 50 mV), wenn also der Strom durch eine vollständig gefüllte, transversale Mode getragen wird (mit Spinentartung). Interessant ist jedoch, dass auch bei der Gate-Abhängigkeit der Oszillationsamplitude die genaue Position auf der Magnetfeldachse eine wichtige Rolle spielt. Der schwarze Balken gibt die Magnetfelddifferenz ΔB für zehn vollständige Oszillationsperioden an (Messung: Daniel Neumaier).

Abbildung 6.7: auf der Seite links: Der Magnetowiderstand des Ringes, der in Abbildung 6.5 vorgestellt wurde, zeigt bei sonst unveränderten Messparametern (ohne Bias) eine deutliche Abhängigkeit von der angelegten Gatespannung. Der grobe Verlauf der Widerstandskurven ist wieder durch die Shubnikov-de-Haas-Oszillationen und die Leitwertfluktuationen geprägt, wie dies bereits bei den vorausgehenden Messungen beobachtet wurde. Daneben fällt an den beiden hier gezeigten Beispielen für 50 mV und 70 mV ein beachtlicher Unterschied im Gesamtwiderstand auf (die Kurven sind nicht vertikal verschoben!). Dieser ist durch die veränderte Ladungsträgerdichte zu erklären. Darüber hinaus ist an beiden Kurven auch eine deutliche Abhängigkeit der Oszillationsamplitude von der genauen Magnetfeldstärke zu erkennen, deren mögliche Ursachen im Text diskutiert werden. Der schwarze Balken zeigt auch hier wieder die Magnetfelddifferenz ΔB für zehn vollständige Oszillationsperioden an.

Zunächst fällt auf, dass der Gesamtwiderstand mit zunehmender Gatespannung abnimmt. Dies ist die unmittelbare Folge der Erhöhung der Ladungsträgerdichte durch das elektrische Feld zwischen 2DEG und Gate-Elektrode. Bei näherer Betrachtung ist aber auch ein deutlicher Einfluss der Gatespannung auf die Amplitude der AB-Oszillationen zu erkennen. In Übereinstimmung mit einer Veröffentlichung von J. Liu *et al.* [75] sind die Oszillationen dann am deutlichsten ausgeprägt, wenn der Strom von wenigen, vollständig gefüllten transversalen Moden getragen wird. Bei einer Gatespannung von etwa 40 mV (hellblaue Kurve in Abbildung 6.6) liegt der Widerstand des Ringes bei ungefähr $13\text{ k}\Omega$, so dass er in etwa dem Widerstand eines Leitfähigkeitsquants entspricht, wie es in Abschnitt 2.3.3 vorgestellt wurde. Der Strom wird für diese Gatespannung also von einem vollständig gefüllten Subband (mit Spinentartung) getragen. Sowohl bei höheren als auch bei niedrigeren Gatespannungen ergibt sich eine Abnahme der mittleren Amplitude der AB-Oszillationen.

Jedoch ist auch bei dieser Messung eine deutliche Abhängigkeit der Oszillationsamplitude von der genauen Position auf der Magnetfeldachse zu beobachten, wie dies schon bei der Variation der Offset-Spannung zu erkennen war. Auch bei der Variation der Gate-Spannung sind wohl Unterschiede bei den Streuereignissen verantwortlich, die in diesem Fall hauptsächlich aus der veränderten Ladungsträgerdichte resultieren dürften. Während bei gefüllten Bändern die Qualität der Oszillationen wegen der verminderten Streuung in andere Energiezustände generell verbessert wird, spielen bei der Abhängigkeit des Effektes von der Magnetfeldposition wohl wieder individuelle Merkmale des jeweiligen Ringes die entscheidende Rolle für die Veränderungen in den Streuprozessen.

Nachdem der Übergang von $1,4\text{ K}$ im ^4He -Kryostaten auf 300 mK mit dem ^3He -Probenstab entscheidende Verbesserungen zur Beobachtbarkeit der AB-Oszillationen gebracht hat, zeichnet sich bei den vorgestellten Messungen zur Gatespannung bei 200 mK im Mischkryostaten erwartungsgemäß eine Fortsetzung dieses Trends ab. Die systematische Vermessung der Probe im Mischkryostaten erlaubte es, den Einfluss der Temperatur auf die Ausprägung der AB-Oszillationen genauer zu untersuchen. Abbildung 6.8 zeigt einige Magnetowiderstandskurven, die für verschiedene Temperaturen, ansonsten aber unveränderte Messbedingungen aufgezeichnet wurden.

Man erkennt klar die rasche Abnahme der Oszillationsamplitude mit steigender Temperatur, so dass es nicht verwundert, dass die Beobachtung des AB-Effektes bei $1,4\text{ K}$ mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden war. Da die Oszillationen bei 1 K jedoch noch eindeutig zu erkennen sind, liegt die Phasenkohärenzlänge l_φ bei dieser Temperatur etwas über 500 nm , was bei 100 mK ein l_φ von ca. $1,5\text{ }\mu\text{m}$ mit sich bringt (vergleiche Abschnitt 2.3.3).

Bei vergleichbaren Messungen, die ebenfalls an ballistischen GaAs/AlGaAs-Ringen mit nur einer wesentlich am Transport beteiligten transversalen Mode durchgeführt wurden, fanden M. Cassé *et al.* eine ähnlich klare Temperaturabhängigkeit [131]. Die Autoren zeigen mit Hilfe des Landauer-Büttiker-Formalismus (vergleiche Abschnitt 2.3.3), dass die Temperaturabhängigkeit der Oszillationsamplitude

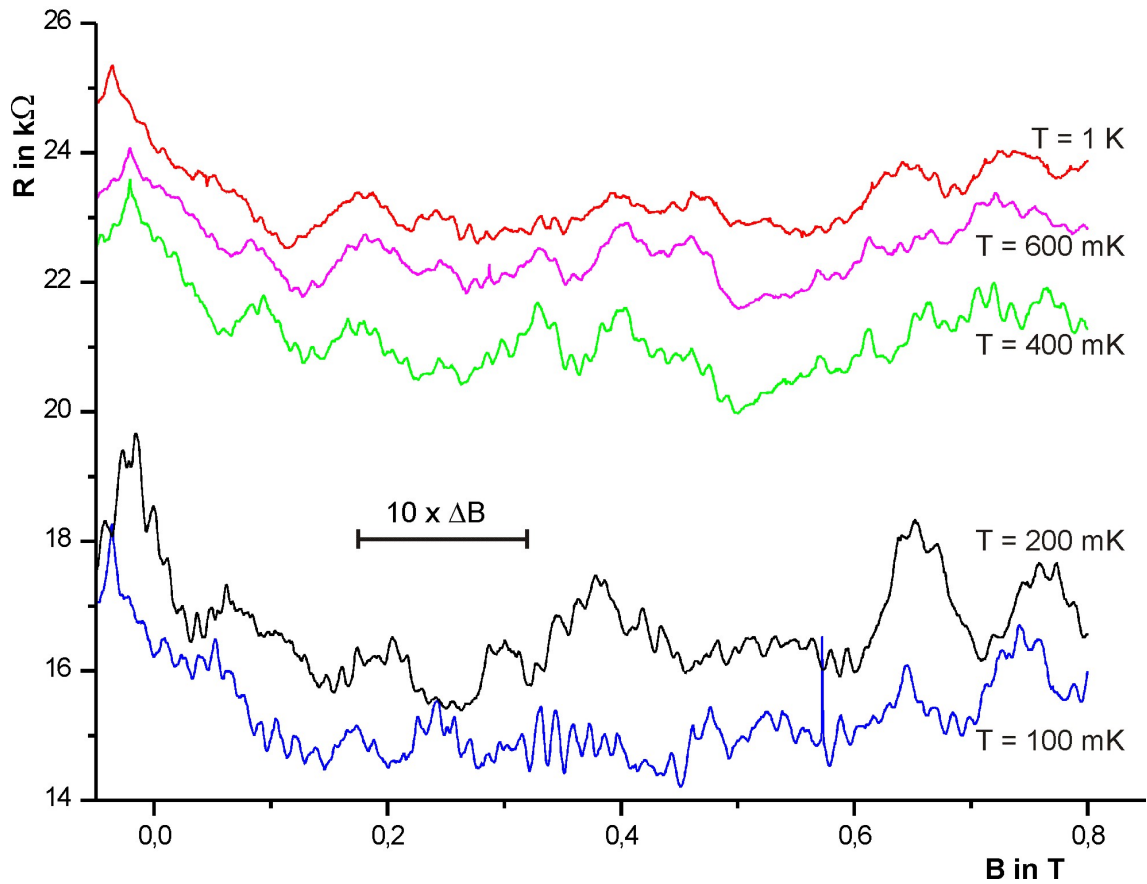


Abbildung 6.8: Für die Abhängigkeit der Amplitude der AB-Oszillationen von der Temperatur ergibt sich ein klarer Zusammenhang: Je niedriger die Temperatur ist, desto deutlicher kommen die Oszillationen zum Vorschein. Die Kurve, die bei 100 mK aufgezeichnet wurde, ist ohne vertikalen Offset dargestellt, alle anderen sind der Übersichtlichkeit halber pro 100 mK Temperaturerhöhung um jeweils 2 k Ω nach oben verschoben. Ein geringer horizontaler Versatz der Kurven ergibt sich aufgrund der Magnethysterese und der Sweeprichtung, die für die Kurven nicht einheitlich war (siehe Widerstandspike bei $B = 0\text{ T}$). Die Magnetfelddifferenz für zehn vollständige Oszillationsperioden ist zur leichteren Orientierung wieder durch einen schwarzen Balken angezeigt (Messung: Daniel Neumaier).

durch eine thermische Mittelung der Transmissionswahrscheinlichkeiten über die am Transport beteiligten Energieniveaus erklärt werden kann, wenn außerdem die Coulomb-Abstoßung der zusätzlichen Elektronen im Ring berücksichtigt wird.

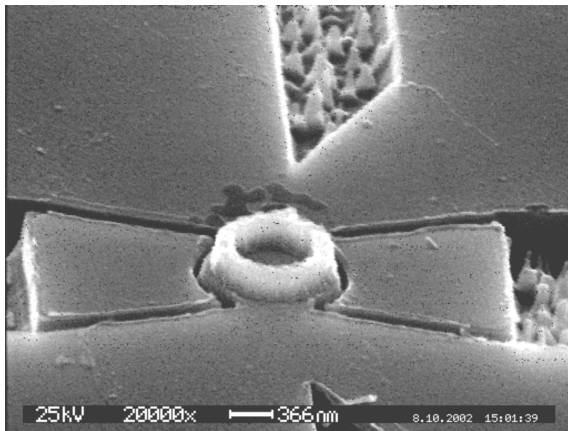


Abbildung 6.9: Obwohl es im Rahmen der Arbeit gelungen ist, einige AB-Ringe mit aufgesetztem Ferromagneten innerhalb der gewünschten Toleranzen herzustellen, war es nicht möglich AB-Oszillationen an diesen Ringen zu beobachten. Die REM-Aufnahme zeigt eine dieser Strukturen mit Ferromagneten, die auf der Probe unmittelbar neben einem funktionsfähigen leeren Ring mit identischen Abmessungen angeordnet war. Die beiden Strukturen haben deshalb bis auf die elektrolytische Abscheidung die gleichen Prozesse durchlaufen, so dass unbeabsichtigte Abweichungen bei der Strukturierung nicht als Ursache für das Ausbleiben der Oszillationen in Frage kommen.

6.2 Diskussion der Ergebnisse

Welche Erkenntnisse und Konsequenzen ergeben sich aus den vorgestellten Messungen an den AB-Ringen für die Beobachtung der Berry-Phase? Gibt es Hinweise darauf, warum bei den bisherigen Experimenten an Ringen mit aufgesetztem Ferromagneten, wie zum Beispiel in Abbildung 6.9 gezeigt, keine Oszillationen beobachtbar waren? Diesen Fragestellungen ist der folgende Abschnitt gewidmet.

Zunächst bleibt festzuhalten, dass selbst bei optimierten Messparametern die Oszillationen nur an Ringen zu beobachten waren, die sowohl bezüglich ihres Durchmessers als auch hinsichtlich des Aspektverhältnisses (r_c/w_c) an der Grenze des in diesem Materialsystem prinzipiell machbaren liegen (vergleiche Abschnitt 4.3). Ringe mit größeren Durchmessern oder schlechterem Aspektverhältnis zeigten keine Oszillationen. Diese Beobachtung resultiert jedoch aus einer Statistik mit einer zu geringen Anzahl von Ringen, als dass Rückschlüsse auf eine dimensionsbedingte Untauglichkeit gezogen werden könnten, zumal die temperaturabhängigen Messungen des vorigen Abschnitts auf eine Phasenkohärenzlänge hindeuten, die bei entsprechenden Temperaturen auch noch bei etwas weniger optimierten Ringen Oszillationen erwarten lassen. Vielmehr zeigte sich auch bei vielen Ringen mit nominell gleichen Abmessungen, wie die der erfolgreich vermessenen, kein AB-Effekt, so dass eher ein anders gelagertes Problem als Ursache vermutet werden muss.

In der bereits erwähnten Arbeit von J. Liu *et al.* [75] stellt die Gruppe zwei unterschiedliche Zustände ihrer Ringe fest, die sie mit „random“ und „ordered“ bezeichnen. Während der Magnetowiderstand im *random*-Zustand selbst bei 40 mK keine oder nur sehr schlechte AB-Oszillationen aufweist, zeigt derselbe Ring im *ordered*-Zustand deutlich ausgeprägte Oszillationen mit großer Amplitude und einer ungestörten Phasenbeziehung zwischen den einzelnen Perioden über einen weiten Magnetfeldbereich. Die Autoren machen Konfigurationsänderungen von einigen wenigen Streuzentren, insbesondere in der Nähe der Mündungen der Ringe, für den

Übergang zwischen den beiden Zuständen verantwortlich. Weiterhin stellt die Gruppe fest, dass dieser Übergang zwischen den Zuständen, durch Variationen in der Gatespannung, durch Temperaturerhöhung bis über $4,2\text{ K}$ gefolgt von erneutem Abkühlen sowie durch kurze Spannungspulse vollzogen werden kann. Diese Beobachtung deckt sich mit den Erfahrungen, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit gemacht wurden. Auch hier wurde an vielen Ringen für verschiedene Abkühlzyklen häufig ein stark unterschiedliches Verhalten festgestellt. Oft waren auch hier nach Veränderungen der Gatespannung oder in der Beschaltung der Probe keine AB-Oszillationen mehr zu messen. Besonders ungünstig erweist sich in diesem Zusammenhang die Tatsache, dass es keine Möglichkeit gibt zu entscheiden, ob an einem Ring keine Oszillationen gemessen werden können, weil er sich im *random*-Zustand befindet oder weil ein grundsätzlicheres Problem vorliegt. Für letzteres käme beispielsweise eine Unterbrechung eines Ringarms durch eine Inhomogenität in der Heterostruktur in Frage. Da die Leitfähigkeit des Rings durch das Gate über einen großen Bereich verändert werden kann, gibt der Widerstand des Ringes keinerlei Aufschluss darüber, ob beide Arme am Transport beteiligt sind oder der Strom nur über einen Ringarm fließt. Im zweiten Fall sind alle Versuche den Ring in den *ordered*-Zustand zu bringen von vornherein zum Scheitern verurteilt und führen schließlich dazu, dass der Ring erst nach vergeblichen Bemühungen und ohne eindeutigen Befund aussortiert wird.

Die Gruppe um J. Liu stellte eine Verbesserung dieser missfälligen Situation durch die Verwendung eines schonenden nasschemischen Ätzprozesses bei der Strukturierung der Ringe fest, weil sich dadurch die Ringe häufiger im *ordered*-Zustand befanden. Aus diesem Grund wurde der in Abschnitt 4.3 vorgestellte Ätzprozess entwickelt. In Abbildung 6.10 ist rechts eine REM-Aufnahme eines Ringes gezeigt, der mit dem optimierten Ätzprozess hergestellt wurde. Ob die auf diese Weise hergestellten Ringe einen erhöhten Anteil von erfolgreichen Messvorgängen mit sich bringen, müssen zukünftige Messungen an derartigen Strukturen zeigen.

Wie bereits bei den Ausführungen zu den Hallkreuzen vermutet (Abschnitt 5.1.2), könnten jedoch auch Verspannungen des strukturierten piezoelektrischen Halbleitermaterials dazu führen, dass sich in den Ringen beim Abkühlen statistisch intrinsische Potenzialfluktuationen ausbilden [82, 83], die dann den Ladungstransport in Abhängigkeit von den spezifischen Gegebenheiten ungünstig beeinflussen können. Besonders bei den bisher vermessenen Ringen, die mit RIE sehr tief geätzt wurden (vergleiche Abbildungen 6.1 und 6.9), könnte dieser Effekt für die bisher sehr hohe Ausfallquote mit verantwortlich sein. Da es mit Hilfe des nasschemischen Ätzprozesses möglich ist, zuverlässig und reproduzierbar die Ringe sehr flach zu ätzen (Abbildung 6.10), könnte diese Methode auch hinsichtlich der Materialverspannungen Vorteile mit sich bringen. Denkbar ist jedoch auch, dass vor allem bei den verwendeten oberflächennahen 2DEGs, die aufgedampfte Gate-Metallisierung oder der elektrolytisch abgeschiedene Permalloy-Ring die Halbleiterstruktur beim Abkühlen so stark verspannen, dass der Ladungstransport gestört wird. Gerade in den Mündungsbereichen der Ringe, die ja für den Transport von besonderer Be-

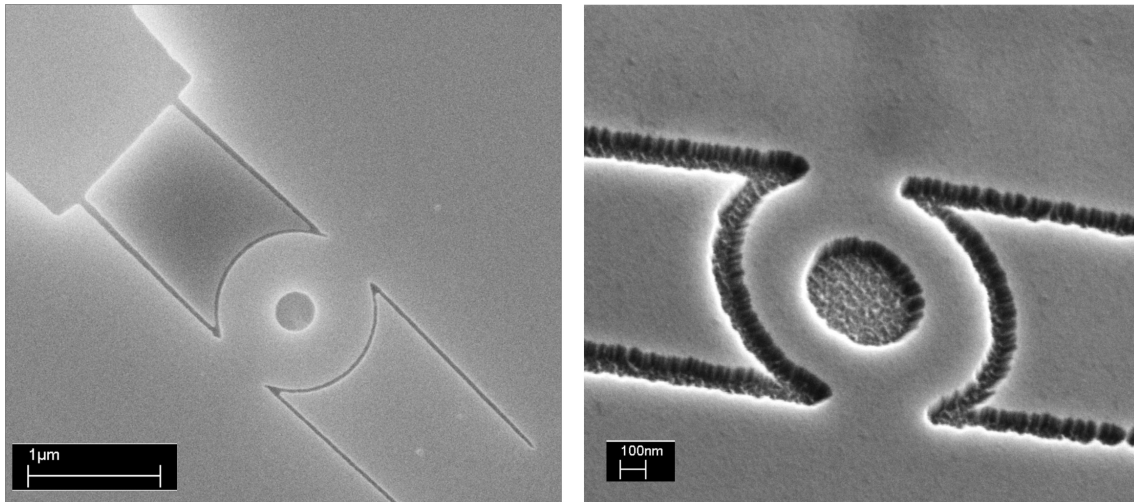


Abbildung 6.10: Das schonende nasschemische Ätzen der Ringe sollte eine Steigerung der Ausbeute bei der Herstellung funktionsfähiger AB-Ringe mit sich bringen. Durch die Optimierung des Ätzprozesses (siehe Abschnitt 4.3) ist es zuverlässig und reproduzierbar gelungen Ringe herzustellen, die für nasschemisches Ätzen beeindruckende kleine Strukturdetails aufweisen.

deutung sind, wirken sich diese Verspannungen vermutlich signifikant aus. Da zu erwarten ist, dass der magnetische Ring einen wichtigen Beitrag zu den Verspannungen liefert, könnte dieser Mechanismus das Ausbleiben des AB-Effektes bei den Strukturen mit aufgesetzten Ferromagneten erklären².

Abschließend sollen die bisher erzielten Ergebnisse der Messungen an den AB-Ringen hinsichtlich ihrer Bedeutung für den Nachweis einer Berry-Phase in diesen Systemen bewertet werden. Zunächst bleibt festzuhalten, dass der Einfluss der Berry-Phase auf den AB-Effekt durch eine direkte Beobachtung von zwei Knoten in den Oszillationen bei den *magic angles* (vergleiche Abschnitt 3.4) nicht möglich erscheint, da die Amplitude der Oszillationen bei allen Messungen an Ringen ohne aufgesetzten Ferromagneten, die über hinreichend große Magnetfeldbereiche durchgeführt wurden, bereits stark variiert und ohnehin verschiedene Bereiche aufweist in denen die Oszillationen vollständig unterdrückt sind (siehe z. B. Abbildung 6.7). Dies gilt sowohl für die eigenen Messungen als auch für alle bekannten Messungen an vergleichbaren Ringstrukturen in der Literatur. Dennoch sind die Abweichungen in der Gleichmäßigkeit der Oszillationen enorm. Dadurch wird klar, dass es erhebliche Unterschiede in der Qualität der Ringe gibt, so dass der Strukturierung für diese Proben wohl in jedem Fall eine Schlüsselrolle zukommt, also auch dann, wenn

²Sollte sich das Problem der Verspannungen auch durch nasschemisches Ätzen der Ringe nicht abstellen lassen, so könnte die Definition der Ringe mit Hilfe so genannter *split gates* vollkommen ohne Ätzen realisiert werden [132]. Durch lokales Verarmen des 2DEGS unter den entsprechend geformten Gates, wäre es möglich einen Ring durch Anlegen geeigneter Spannungen zu definieren. Der Aufwand für die Strukturierung solcher Ringe wäre allerdings noch deutlich größer als dies für die geätzten Ringe ohnehin schon der Fall ist.

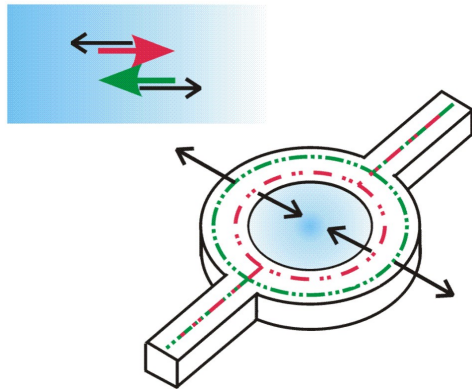


Abbildung 6.11: Ein „crown-like“ Magnetfeld, bringt in der Ebene des 2DEG einen nicht verschwindenden Feldgradienten entlang radialer Richtungen mit sich. Dieser ist in der Skizze durch die unterschiedliche Intensität des blauen Hintergrundes angedeutet, je intensiver der Blauton ist, desto größer ist die lokale Feldstärke. In Analogie zum Stern-Gerlach-Experiment wirkt damit auf die Transportelektronen eine radiale Kraft, die für die beiden möglichen Spineinstellungen unterschiedliches Vorzeichen aufweist (siehe auch Inset links oben, der schwarze Pfeil gibt jeweils die Richtung der auf den Spin wirkenden Kraft an). Auf diese Weise werden die „Spin up“ und „Spin down“ Elektronen im Ring auf Bahnen mit verschiedenen Radien (rot und grün dargestellt) gedrängt.

die Berry-Phase indirekt über eine Aufspaltung des Fourier-Peaks der Oszillationen nachgewiesen werden soll (siehe Abschnitt 3.4). Eine Aufspaltung des Fourier-Peaks als Nachweis für den Einfluss einer Berry-Phase auf die AB-Oszillationen wird jedoch in der Literatur kontrovers diskutiert, da einerseits umstritten ist, ob die in den effektiven Magnetfeldern der Spin-Bahn-Wechselwirkung beobachteten Strukturen im Fourierspektrum überhaupt von einer Berry-Phase verursacht werden können und andererseits auch noch andere Mechanismen für eine derartige Aufspaltung in Frage kommen (siehe [57], [133] und [134]). So kommt insbesondere bei hohen Feldern die Zeeman-Aufspaltung der beiden Spin-Niveaus ins Spiel, außerdem scheint bei „crown-like“ Magnetfeldern eine zum Stern-Gerlach Experiment analoge Trennung der Spinkanäle innerhalb der Ringe in Kreisbahnen mit unterschiedlichem Durchmesser möglich [135, 136]. Die Skizze in Abbildung 6.11 illustriert dieses Mechanismus. Die beiden unterschiedlichen Bahnen (rot und grün dargestellt) würden verschieden große Flächen einschließen, und dadurch zu unterschiedlichen Perioden der AB-Oszillationen führen. Dies brächte eine Aufspaltung des Fourier-Peaks für die Oszillationen mit sich, die nicht ohne weiteres von den Auswirkungen einer Berry-Phase zu unterscheiden wäre.

Der Einfluss des Zeeman-Effektes kann bei den GaAs/AlGaAs 2DEGs im Gegensatz zu den Systemen mit effektiven inhomogenen Magnetfeldern als Folge der Spin-Bahn-Wechselwirkung leicht durch eine Referenzmessung an einem Ring ohne aufgesetzten Ferromagneten überprüft werden. Da die Aufspaltung in GaAs/AlGaAs-Ringen mit oder ohne Ferromagnet in erster Linie vom starken externen Feld verursacht wird, sollten die Auswirkungen in beiden Fällen nahezu gleich groß sein. Fourier-Analysen der Oszillationen, die in der vorliegenden Arbeit gemessen wurden lieferten jedoch sehr breite Fourier-Peaks, in der eine Aufspaltung nicht zu erkennen war. Auch hinsichtlich dieser Problematik ist also eine Verbesserung der Ringe entscheidend, um aussagekräftige und verlässliche Ergebnisse zu erzielen.

Schließlich bleibt noch zu erwähnen, dass es keineswegs geklärt ist, ob in den Messungen an den ballistischen Ringen überhaupt die Bedingung der Adiabatzität

für den Transport der Ladungsträger erfüllt ist (vergleiche Abschnitt 3.4), da sich diese Bedingung experimentell nicht direkt verifizieren lässt. Interessant ist in diesem Zusammenhang, dass die Adiabaticität für transversale Moden höherer Ordnung leichter zu erreichen ist, da dann bei gleicher Fermienergie der Impuls der Elektronen entlang der Ringarme geringer ist als bei nur einer transversalen Mode. Fraglich bleibt jedoch wie sich die Mischung der verschiedenen Moden auf das Frequenzspektrum der Oszillationen auswirkt, da es im Experiment wohl nicht möglich ist, gezielt einzelne Moden für den Transport auszuwählen.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden die wichtigsten Ergebnisse zusammengestellt, die sich im Laufe einer intensiven wissenschaftlichen Auseinandersetzung mit dem Transport in nanostrukturierten zweidimensionalen Elektronengasen ergaben. Der Schwerpunkt liegt dabei auf Ferromagnet/2DEG-Hybridstrukturen, bei denen das inhomogene Streufeld der Nanomagneten den Transport in der Halbleiterheterostruktur maßgeblich beeinflusst. Der wechselseitige Erkenntnisgewinn über die Transporteigenschaften der Nanostrukturen unter dem Einfluss der inhomogenen Felder einerseits und die Eigenschaften des Ferromagnetismus in Teilchen mit Submikrometer-Abmessungen andererseits, stellt dabei ein gemeinsames Wesensmerkmal der Experimente dar. Bei der Herstellung entsprechender Strukturen waren zahlreiche Hürden zu überwinden, für die im Rahmen der Arbeit einige neue Methoden entwickelt wurden. Vor allem die Optimierung verschiedener Aspekte der Elektronenstrahlolithographie stand dabei im Vordergrund. Das kurz vorgestellte Lithographie-Zusatzsystem für Rasterelektronenmikroskope wurde teilweise im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelt und hat inzwischen den Schritt zum kommerziellen Produkt vollzogen. Dieses System zeichnet sich neben der einfachen Bedienbarkeit vor allem durch eine große Flexibilität aus, so dass gerade auch die für die Herstellung der Hybridstrukturen erforderliche Kombination unterschiedlicher Lithographieschritte erleichtert wird. Neben den Erkenntnissen über das Zusammenspiel der zahlreichen Lithographieparameter wurde ein besonderes Augenmerk auf die unterschiedlichen Ätzverfahren für die laterale Einschränkung der Heterostrukturen gelegt. Die erfolgreiche Optimierung des nasschemischen Ätzprozesses durch einen Temperschnitt nach dem Aufbringen des Resists und die Entwicklung rationaler Belichtungsstrategien sollen hier noch einmal besonders hervorgehoben werden.

Einen zentralen Abschnitt der Arbeit stellten die Experimente zur Mikro-Hall-Magnetometrie dar. Dabei standen zunächst Messungen zur Funktionsweise der Hallsonden im Vordergrund. Es zeigte sich, dass dem Strom, mit dem die Hallsensoren während der Messung betrieben werden, eine entscheidende Rolle für die erreichbare Qualität des Hallsignals zukommt. In der Arbeit wurden eine ganze Reihe von Gründen aufgezeigt, warum ein möglichst hoher Sondenstrom von Vorteil ist. So können hohe Ströme beispielsweise bei sehr kleinen Sondenflächen die störenden bal-

listischen Effekte abschwächen, welche durch die unvermeidlichen endlichen Eckenradien infolge der relativ großen Verarmungslänge in GaAs/GaAlAs-Heterostrukturen verursacht werden. Außerdem konnte gezeigt werden, dass sich ein erhöhter Sondenstrom günstig auf das Signal/Rausch-Verhältnis auswirkt, da er verschiedene Rauschmechanismen unterdrückt. Es wurden jedoch auch die Beschränkungen für die einsetzbare Stromstärke aufgezeigt. Überschreitet die Amplitude des Wechselstroms, der den Sonden für die Lock-in-Messung aufgeprägt wird, einen bestimmten Wert, so ergeben sich Verzerrungen im Hallsignal. Außerdem bringt ein hoher Strom zumindest auch eine Erwärmung des Elektronengases mit sich, so dass die Annahme des Elektronentransports als reines Fermikanten-Phänomen nicht länger Aufrecht erhalten werden kann. Dadurch ist die fundamentale Voraussetzung für die Mikro-Hall-Magnetometrie, dass die Hallspannung den gemittelten Fluss durch die aktive Fläche der Sonde widerspiegelt, nicht mehr gewährleistet. Es stellte sich heraus, dass die maximale Stromstärke, mit der eine Sonde störungsfrei betrieben werden kann, einer großen Schwankungsbreite unterliegt.

Darüber hinaus besteht ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen dem günstigsten Sondenstrom und der durch eine Gatespannung einstellbaren Ladungsträgerdichte der Sonden. Es stellte sich heraus, dass der mit einer niedrigen Ladungsträgerdichte einhergehende große Hallkoeffizient keineswegs immer die beste Signalqualität zur Folge hat. Ein mit zunehmender Ladungsträgerdichte höherer maximal möglicher Sondenstrom und ein geringeres Rauschen der Sensoren führen oft trotz des geringeren Hallkoeffizienten zu einer insgesamt besseren Signalqualität. Die günstigsten Werte für die Ladungsträgerdichte und den Sondenstrom ergeben sich demzufolge durch eine Optimierung des Hallsignals durch Variation dieser beiden Parameter für die jeweilige Messung.

Die Mikro-Hall-Magnetometrie wurde in der vorliegenden Arbeit über einen weiten Temperaturbereich eingesetzt und es stellte sich heraus, dass die Qualität des Messsignals und damit die erreichbare Sensitivität eine starke Temperaturabhängigkeit aufweisen. Besonders interessant ist in diesem Zusammenhang das Auftreten eines „toten Temperaturbereich“ bei den GaAs/GaAlAs-Hallsensoren, der sich durch ein ungewöhnlich hohes Rauschen auszeichnet. Obwohl einige der Messungen auf einen Übergang vom ballistischen zum diffusiven Transportregime als Ursache hindeuten, konnte bisher keine endgültige Erklärung für dieses Phänomen gefunden werden.

Darüber hinaus konnte an verschiedener Stelle gezeigt werden, dass die Anordnung des Nanomagnetens relativ zur aktiven Fläche und deren Abmessungen für die Signalgröße eine wichtige Rolle spielen. Bei Experimenten mit eindomänen Säulen führt das positionsabhängige Einkoppeln des Streufeldes sogar zu einer Umkehrung des Vorzeichens der Hallspannung, wenn die Säulen immer weiter von der Sensormitte entfernt platziert werden. Bei in der Sensorebene liegenden Dipolen führt dagegen die zentrale Anordnung auf der Sonde zu keiner Hallspannung, da nur durch einen gezielten Offset entlang der Dipolachse ein Nettofluss durch die aktive Fläche hervorgerufen wird.

In einer weiteren Reihe von Experimenten mit Mikro-Hall-Sonden standen Ergebnisse zur Magnetometrie im Vordergrund. Eine eingehende Untersuchung von kleinen Nickelsäulen resultierte in einem Ummagnetisierungsmodell, das den Teilchen trotz einer rechteckigen Hysteresekurve deutliche Abweichungen vom eindomänigen Verhalten zuweist. Die gefundenen Erkenntnisse legen nahe, dass bei den zylinderförmigen Magneten mit etwa zweihundert Nanometern Durchmesser und einer Höhe von ungefähr 400 nm die Bildung von Abschlusswirbeln die Ummagnetisierung prägt. Folgerichtig treten bei den Säulen zwei verschiedene Typen von Hysteresekurven auf, die sich einer unterschiedlichen relativen Orientierung des Drehsinns der Abschlusswirbel zuordnen lassen.

Ein weiteres wesentliches Ergebnis dieser Arbeit auf dem Gebiet der Magnetometrie betrifft das Ummagnetisierungsverhalten von flachen Kreisscheiben. Diese Scheiben weisen über einen weiten Bereich von Abmessungen eine Vortexkonfiguration der Magnetisierung auf. Bei der Magnetisierungsumkehr in der Scheibenebene ergibt sich demzufolge eine charakteristische Hysteresekurve, die von der Nukleation des Vortex, dessen reversibler Verschiebung in der Scheibe senkrecht zum angelegten Feld und schließlich der Auflösung des Vortex geprägt ist. Insbesondere über die unterschiedlichen Magnetisierungskonfigurationen, welche unmittelbar vor der Nukleation der Vortices auftreten, konnten einige interessante Erkenntnisse gewonnen werden. Diese Phase ist durch verschiedenartige Bucklingmuster in der Magnetisierung gekennzeichnet. Als Folge davon treten im Verlauf der zugehörigen Hysteresekurven signifikante Abweichung auf, die durch den Vergleich von Mikro-Hall-Messungen mit Simulationen von Magnetisierungskonfigurationen systematisch untersucht wurden.

In einer Variante der Mikro-Hall-Magnetometrie, bei der zwei eng zusammen liegende Hallkreuze mit einem gemeinsamen Strompfad zum Einsatz kommen, wurde gezeigt, dass die simultane Erfassung des Streufeldes an verschiedenen Stellen eines Nanomagneten aufschlussreiche Erkenntnisse hinsichtlich der Ummagnetisierung des Teilchens liefern kann. Erstmals wurden dazu im Rahmen der vorliegenden Arbeit Sensoren eingesetzt, bei denen die Sensorgeometrie durch Ionenimplantation definiert wurde. Auf diese Weise können ebene magnetischen Teilchen so auf dem Sensor platziert werden, dass diese sich über die Sensorgrenzen hinweg erstrecken, ohne durch das Relief einer geätzten Struktur gestört zu werden. Die Vorzüge dieser Methode konnten anhand von Messungen an flachen Kreisringen unter Beweis gestellt werden. Hierzu wurde gezeigt, dass zumindest bei tiefen Temperaturen der einfache globale Mechanismus der Magnetisierungsumkehr in diesen Strukturen durch lokale Vorgänge überlagert ist. Gerade auch diese neuartigen Experimente zeigen, dass die Mikro-Hall-Magnetometrie wohl auch in Zukunft eine vielseitige und leistungsfähige Methode bei der Untersuchung von individuellen Nanomagneten darstellt.

Ein weiterer Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit lag in der Untersuchung von Ringstrukturen zum Nachweis einer Berry-Phase an Transportelektronen im Festkörper. Zu diesem Zweck kam ein modifiziertes Aharonov-Bohm-Experiment in 2DEG-Ringen zum Einsatz, bei dem das für die Berry-Phase entscheidende inhomogene Magnetfeld erstmals durch einen Ringmagneten, der direkt auf dem Halb-

leiterring platziert wird, hervorgerufen wird. Im Rahmen der Arbeit ist es gelungen einige dieser in der Strukturierung sehr anspruchsvollen Ringe herzustellen, jedoch konnten an diese Ringe nicht die zum Nachweis der Berry-Phase erforderlichen Aharonov-Bohm-Oszillationen beobachtet werden.

An mehreren Ringen in flachen 2DEGs ohne aufgesetzten ferromagnetischen Ring konnten dagegen durch Messungen des Aharonov-Bohm-Effektes einige aufschlussreiche Resultate erzielt werden. Dazu wurden verschiedene Messparameter wie eine der Lock-in-Spannung überlagerte Gleichspannung, die Gatespannung und die Messtemperatur systematisch variiert.

Im Rahmen einer kurzen Diskussion wurden die bisherigen Erkenntnisse auf dem Weg zum Nachweis der Berry-Phase bewertet und Lösungsvorschläge für die bestehenden Probleme angesprochen. In diesem Zusammenhang wurden auch erste 2DEG-Ringe vorgestellt, die mittels Elektronenstrahlolithographie in Kombination mit einem optimierten nasschemischen Ätzverfahren hergestellt wurden. Da es mit Hilfe dieses sehr schonenden Ätzprozesses möglich ist, zuverlässig und reproduzierbar die Ringe sehr flach zu ätzen, könnte diese Methode die Ausbeute an funktionsfähigen Ringen deutlich erhöhen.

In einer Weiterentwicklung des bisherigen Experimentes könnten vergleichbare Messungen an ganzen Arrays aus Ringen durchgeführt werden, da dadurch die störenden ringspezifischen Eigenschaften, wie etwa die Leitwertfluktuationen, unterdrückt werden. Bei ausreichender Phasenkohärenzlänge sollten die $h/2e$ -Oszillationen, welche für alle Ringe eine einheitliche Phasenlage aufweisen, in diesen Systemen den Magnetowiderstand dominieren. Außerdem wäre bei diesen Oszillationen die Berry-Phase für einen bestimmten Öffnungswinkel des inhomogenen Magnetfeldes im Vergleich zu den h/e -Oszillationen doppelt so groß, da die Elektronenpfade ja insgesamt zwei mal um den Ring verlaufen.

Zusammenfassend lässt sich für die Experimente an den Aharonov-Bohm-Ringen feststellen, dass in der vorliegenden Arbeit zwar bereits wesentliche Hürden auf dem Weg zum Nachweis der Berry-Phase in 2DEG-Ringen überwunden werden konnten, dass jedoch bis zur endgültigen Bestätigung dieses interessanten Phänomens noch einige Herausforderungen zu bewältigen sind.

Kapitel 8

Anhang

8.1 Symbolverzeichnis

A	Vektorpotenzial
A	materialspezifische Austauschkonstante
α	Hallkoeffizient
$\tilde{\alpha}$	geometrieabhängiger, effektiver Hallkoeffizient
$\alpha(C)$	Drehwinkel um eine Achse entlang von \mathbf{r}
B	$= (0, 0, B)$, Flussdichte (oder auch magnetische Induktion) "Magnetfeld"
$\langle B \rangle$	über die aktive Fläche einer Hallsonde gemittelt Magnetfeld
c	Vakuumlichtgeschwindigkeit
C	geschlossenen Bahn auf der Kugeloberfläche oder im Parameterraum
$d\mathbf{f}$	infinitesimales Stück einer Fläche
ds	infinitesimales Stück eines Pfades
$D(E)$	Zustandsdichte
Δr_a	fiktive Vergrößerung des Außendurchmessers eines Ringes
ΔB	Periode der AB-Oszillationen auf der Magnetfeldskala
$\Delta\phi_B$	Periode der AB-Oszillationen in Einheiten des magnetischen Flusses
e	Einheitsvektor
e	$= 1,60217653 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, Elementarladung
E	elektrisches Feld
E	Energie
$E(\mathbf{k})$	Dispersionsrelation
E_d	Streifeldenergie eines Ferromagneten
E_{ex}	Austauschenergie
E_f	Fermi-niveau, Fermikante, Fermienergie
E_H	Zeeman-Energie
E_n	n-ter Energieeigenwert im Kastenpotenzial
E_{\parallel}	kinetische Energie von Elektronen senkrecht zu einem Confinement-Potenzial
G	Leitfähigkeit

G_n	$= 2e^2/h = 77,4 \mu S$, Leitfähigkeit pro Mode, Leitfähigkeitsquantum
g_s	Landé g-Faktor, bestimmt den Zusammenhang zwischen Drehimpuls und magnetischem Moment
γ	gyromagnetisches Verhältnis wobei gilt: $\gamma = -g_s \frac{e}{2m_e} \mathbf{S}$
\mathbf{H}	Magnetfeld
\mathbf{H}_d	magnetisches Streufeld
\mathbf{H}_{ex}	externes Magnetfeld
\hat{H}	Hamiltonoperator
H	Breite der räumlichen Einschränkung zur Ausbildung eines 2DEGs
\hbar	Plancksches Wirkungsquantum geteilt durch 2π
I	Strom
I_m	Gesamtstrom in Kontaktleitung m
\mathbf{J}	magnetische Polarisation
J_S	Sättigungspolarisation
J_{ex}	quantenmechanisches Austauschintegral
\mathbf{j}	Stromdichte
\mathbf{k}	Wellenvektor
k	Betrag des Wellenvektors im 2DEG, Wellenzahl
k_f	Fermi-Wellenzahl
k_{\parallel}	k-Vektor für die Bewegung in der Ebene des Kastenpotenzials
L	Länge eines Leiters
L_G	Größenordnung der Systemabmessungen
l	mittlere freie Weglänge
l_d	Verarmungslänge
l_{φ}	Phasenkohärenzlänge
λ	Wellenlänge einer Elektronenwelle bzw. Blochwelle
λ_f	Fermiwellenlänge
λ_n	Wellenlänge des n-ten Sub-Niveaus in Confinement Richtung
\mathbf{M}	Magnetisierung
M	Betrag der Magnetisierung
\mathbf{m}	Richtungsvektor der Magnetisierung
m	natürliche Zahl, Zähl-Variable
m_0	Masse eines freien Elektrons
m_x, m_y, m_z	Komponenten des Richtungsvektors der Magnetisierung
m^*	effektive Masse
m_{\parallel}^*	effektive Masse für Bewegung in der Ebene des Kastenpotenzials
μ	Beweglichkeit von Elektronen
μ_0	Permeabilität des Vakuums ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Vs/Am$)
N	Anzahl der transversalen Moden
N_m	Zahl stromtragender Moden einer Kontaktleitung
n	natürliche Zahl, Zähl-Variable

n_s	Ladungsträgerdichte pro Subband im 2DEG
Ω	Raumwinkel
ω	Winkelgeschwindigkeit
ω_L	Larmorfrequenz
ω_c	Zyklotronfrequenz
ϕ_0	$= h/2e = 2,06783364 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$, das charakteristische magnetische Flussquant
ϕ_B	magnetischer Fluss durch die von zwei Pfaden eingeschlossene Fläche
$\psi(\mathbf{x})$	Wellenfunktion
R	Radius
$R_{21,43}$	Vierpunktwidestand mit Stromfluss von Kontakt 2 nach Kontakt 1 und der Spannungsmessung von Kontakt 4 nach Kontakt 3
R_C	Zyklotronradius
R_K	Kontaktwiderstand, Parallelwiderstand der transversalen Moden eines ballistische Rechteckleiters mit 2 Kontakten
R_m	Gesamt-Reflexionskoeffizienten in einen Kontakt
R_n	Widerstand einer transversalen Mode
\mathbf{r}	Radius-Einheitsvektor
r	Betrag des Radius
r_a	äußerer Radius eines Ringes
r_c	mittlerer Radius eines Ringes
r_i	innerer Radius eines Ringes
ρ	Widerstandstensor
ρ_{xx} und ρ_{xy}	Komponenten des spezifischen Widerstandstensors
\mathbf{S}	Spin, magnetisches Moment
S	Determinante der Matrix:
	$\begin{pmatrix} -T_{21} & T_{21} + T_{23} + T_{24} & -T_{24} \\ -T_{31} & -T_{32} & -T_{34} \\ -T_{41} & -T_{42} & T_{41} + T_{42} + T_{43} \end{pmatrix} .$
\mathbf{s}	Elektronenpfad im Ortsraum
\mathbf{s}_i und \mathbf{s}_j	zwei benachbarte, lokalisierte Spins
σ	Leitfähigkeitstensor
σ	spezifische Leitfähigkeit
T_n	Transmissionskoeffizient einer Mode
T_{nm}	Teil-Transmissionskoeffizienten (für Ströme von Kontakt m zu einem anderen Kontakt n)
t	Zeit
τ	Streuzeit
τ_S	mittlere Streuzeit
τ_m	Impulsrelaxationszeit
U_H	Hallspannung
U_L	Längsspannung
V_x	mit $x = m, n$ elektrisches Potenzial am Kontakt x
\mathbf{v}_D	Driftgeschwindigkeit

v_D	Betrag der Driftgeschwindigkeit
v_f	die Fermigeschwindigkeit
W	Breite eines Leiters
W_y	Breite eines Leiters
W_z	Dicke eines Leiters
w_c	Kanalbreite in einem Ring
\mathbf{x}	Ortsvektor
\mathbf{x}_0	Ortsvektor

8.2 Publikationsliste

In der vorliegenden Arbeit sind verschiedene Ergebnisse enthalten, die bereits vorab veröffentlicht wurden:

- M. Rahm, J. Biberger, V. Umansky, D. Weiss: Vortex pinning at individual defects in magnetic nanodisks, *J. Appl. Phys.* **93**, 7429 (2003).
- M. Rahm, M. Schneider, J. Biberger, R. Pulwey, J. Zweck, D. Weiss, V. Umansky: Vortex nucleation in submicrometer ferromagnetic disks, *Appl. Phys. Lett.* **82**, 4110-4112 (2003).
- S. Kreuzer, M. Rahm, J. Biberger, R. Pulwey, J. Raabe, D. Schuh, W. Wegscheider, D. Weiss: Ferromagnet-semiconductor hybrid structures: Hall devices and tunnel junctions, *Physica E* **16**, 137-146 (2003).
- M. Rahm, J. Biberger, Dieter Weiss: Micro-Hall-Magnetometry, in T. Chakraborty, F. Peeters, U. Sivan (Hrsg.): *Nano-Physics & Bio-Electronics: A New Odyssey*, Elsevier, Amsterdam, London, New York, Oxford, Paris, Shannon, Tokyo, 2002.
- M. Rahm, J. Raabe, R. Pulwey, J. Biberger, C. Meier, W. Wegscheider, D. Weiss: Planar Hall sensors for micro-Hall magnetometry, *J. Appl. Phys.* **91**, 7980-7982 (2002).
- D. Schuh, J. Biberger, A. Bauer, W. Breuer, D. Weiss: Hall-Magnetometry on ferromagnetic dots and dot arrays, *IEEE Trans. Magn.* **37**, 2091 (2001).
- R. Pulwey, M. Rahm, J. Biberger, D. Weiss: Switching Behavior of Vortex Structures in Nanodisks, *IEEE Trans. Magn.* **37**, 2076 (2001).
- M. Rahm, J. Bentner, J. Biberger, M. Schneider, J. Zweck, D. Schuh, D. Weiss: Hall-Magnetometry on Ferromagnetic Micro-Rhombs, *IEEE Trans. Magn.* **37**, 2085 (2001).

Literaturverzeichnis

- [1] J. M. Luttinger: An Exactly Soluble Model of a Many-Fermion System, J. Math. Phys. **4**, 1154–1162 (1963).
- [2] J. Voit: One-dimensional Fermi liquids, J. of Math. Physics **57**, 977–1116 (1994).
- [3] K. Flensberg: Coulomb Drag of Luttinger Liquids and Quantum Hall Edges, Phys. Rev. Lett. **81**, 184–187 (1998).
- [4] M. Tinkham: Introduction to Superconductivity, 2. Aufl., Dover Books on Physics, 2004.
- [5] R. Kleiner W. Buckel: Supraleitung, Grundlagen und Anwendungen, 6., vollst. überarb. und erw. Aufl., Wiley-VCH, 2004.
- [6] R. B. Laughlin: Anomalous Quantum Hall Effect: An Incompressible Quantum Fluid with Fractionally Charged Excitations, Phys. Rev. Lett. **50**, 1395–1398 (1983).
- [7] T. Chakraborty: The Fractional Quantum Hall Effect, Springer-Verlag, New York, 2002.
- [8] R. Winkler: Spin-orbit Coupling Effects in Two-dimensional Electron and Hole Systems, Springer-Verlag, Berlin, 2003.
- [9] S. Datta: Electronic Transport in Mesoscopic Systems, 1. paperback Aufl., Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [10] J. H. Davies: The physics of low-dimensional semiconductors: an introduction, 2 Aufl., Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- [11] C. W. J. Beenakker, H. van Houten: Quantum Transport in Semiconductor Nanostructures, Solid State Phys. **44**, 1–228 (1991).
- [12] Wikipedia, die freie Enzyklopädie: Mesoskopisches System, http://de.wikipedia.org/wiki/Mesoskopisches_System, 21. März 2007.

- [13] W. Nolting: Grundkurs Theoretische Physik 5/1. Quantenmechanik. Grundlagen, 4. Aufl., Springer Verlag, 2001.
- [14] Y. Aharonov, D. Bohm: Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory, *Phys. Rev.* **115**, 485–491 (1959).
- [15] R. Gross, A. Marx: Festkörperphysik, Vorlesungsskript zur Vorlesung im WS 2004/2005, Walther-Meissner-Institut, Garching, 2005.
- [16] C. Weisbuch, B. Vinter: Quantum Semiconductor Structures: Fundamentals and Applications, 1. paperback Aufl., Academic Press, London, 1991.
- [17] Christian Mitzkus: Transportuntersuchungen an dichtemodulierten zweidimensionalen Elektronensystemen, Doktorarbeit, Universität Regensburg, 2005.
- [18] P. Drude: Zur Elektronentheorie der Metalle, *Annalen der Physik* **306**, Teil4, Bd.1, 566–613 (1900).
- [19] C. W. J. Beenakker, H. van Houten: Billiard Model of a Ballistic Multiprobe Conductor, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1857–1860 (1998).
- [20] M. Büttiker: Four-Terminal Phase-Coherent Conductance, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1761 (1986).
- [21] A. E. Hansen, A. Kristensen, S. Pedersen, C. B. Sørensen, P. E. Lindelof: Decoherence in Aharonov-Bohm rings, *Physica E* **12**, 770–773 (2002).
- [22] M. Ferrier, L. Angers, A. C. H. Rowe, S. Gue'ron, H. Bouchiat, C. Texier, G. Montambaux, D. Mailly: Direct Measurement of the Phase-Coherence Length in a GaAs/GaAlAs Square Network, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 246804 (2004).
- [23] C. P. Umbach, P. Santhanam, C. van Haesendonck, R. A. Webb: Nonlocal electrical properties in mesoscopic devices, *Appl. Phys. Lett.* **50**, 1289–1291 (1987).
- [24] W. Heisenberg: Zur Theorie des Ferromagnetismus, *Z. Phys.* **49**, 619–636 (1928).
- [25] H. Kronmüller, M. Lambeck: Magnetismus in Festkörpern, in Wilhelm Raith (Hrsg.): Festkörper (Bergmann, Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 6), Walter de Gruyter, Berlin/New York, 1992.
- [26] A. Hubert, R. Schäfer: Magnetic Domains. The Analysis of Magnetic Microstructures, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 1998.
- [27] W. Gerlach, O. Stern: Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld, *Z. f. Physik* **9**, 349–352 (1922).

- [28] E. C. Stoner, E. P. Wohlfarth: A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys, *Phil. Trans. R. Soc. London* **106**, 446–455 (1948).
- [29] A. Yamasaki, W. Wulffhekel, R. Hertel, S. Suga, J. Kirschner: Direct Observation of the Single-Domain Limit of Fe Nanomagnets by Spin-Polarized Scanning Tunneling Spectroscopy, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 127201–1 (2003).
- [30] R. Hertel, H. Kronmüller: Finite element calculations on the single domain limit of a ferromagnetic cube - a solution to μ MAG Standard Problem No.3, *J. Magn. Magn. Mat.* **238**, 185–199 (2002).
- [31] R. D. McMichael: Standard Problem Number 3, Problem Specifications and Reported Solutions, Micromagnetic Modeling Activity Group, <http://www.ctcms.nist.gov/~rdm/mumag.html>, 1998.
- [32] F. G. Monzon, D. S. Patterson, M. L. Roukes: Characterization of Individual Nanomagnets by the Local Hall Effect, *J. Magn. Magn. Mat.* **195**, 19–25 (1999).
- [33] F. M. Peeters, X. Q. Li: Hall magnetometer in the ballistic regime, *Appl. Phys. Lett.* **72**, 572–574 (1998).
- [34] X. Q. Li, F. M. Peeters, A. K. Geim: The Hall effect of an inhomogeneous magnetic field in mesoscopic structures, *J. Phys.: Condens Matter* **9**, 8065–8073 (1997).
- [35] J. Reijnders, F. M. Peeters: Diffusive transport and optimization of the hybrid Hall effect device, *J. Appl. Phys.* **87**, 8088–8092 (2000).
- [36] S. J. Bending, A. Oral: Hall effect in a highly inhomogeneous magnetic field distribution, *J. Appl. Phys.* **81**, 3721–3725 (1997).
- [37] J. Reijnders, F. M. Peeters: Hybrid ferromagnetic/semiconductor hall effect device, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 357–359 (1998).
- [38] I. S. Ibrahim, V. A. Schweigert, F. M. Peeters: Diffusive transport in a Hall junction with a microinhomogeneous magnetic field, *Phys. Rev. B* **57**, 15416–15427 (1998).
- [39] A. Thiaville, L. Belliard, D. Majer, E. Zeldov, J. Miltat: Measurement of the strayfield emanating from magnetic force microscopy tips by Hall effect microensors, *J. Appl. Phys.* **82**, 3182 (1997).
- [40] Y. G. Cornelissens, F. M. Peeters: Response function of a Hall magnetosensor in the diffusive regime, *J. Appl. Phys.* **92**, 2006–2012 (2002).

- [41] A. K. Geim, S. J. Bending, I. V. Grigoreva: Asymmetric Scattering and Diffraction of Two-Dimensional Electrons at Quantized Tubes of Magnetic Flux, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2252–2255 (1992).
- [42] C. J. B. Ford, S. Washburn, M. Büttiker, C. M. Knoedler, J. M. Hong: Influence of geometry on the Hall effect in ballistic wires, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2724–2727 (1989).
- [43] M. L. Roukes, A. Scherer, S. J. Allen, Jr., H. G. Craighead, R. M. Ruthen, E. D. Beebe, J. P. Harbison: Quenching of the Hall Effect in a One-Dimensional Wire, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 3011–3014 (1987).
- [44] D. Grundler, T. M. Hengstmann, N. Klockmann, Ch. Heyn, D. Heitmann: Bend-resistance nanomagnetometry: spatially resolved magnetization studies in a ferromagnet/semiconductor hybrid structure, *Physica E* **12**, 248–251 (2002).
- [45] Thomas Schweinböck: Raster-Hall-Mikroskopie, Doktorarbeit, Universität Regensburg, Januar 2001.
- [46] F. Schwabl: Quantenmechanik, 4. Aufl., Springer Verlag, Berlin u. a., 1993.
- [47] T. Heinzel: Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostructures, WILEY-VCH GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2003.
- [48] A. F. Morpurgo, J. P. Heida, T. M. Klapwijk, B. J. van Wees, G. Borghs: Ensemble-Average Spectrum of Aharonov-Bohm Conductance Oscillations: Evidence for Spin-Orbit-Induced Berry's Phase, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1050–1053 (1998).
- [49] M. V. Berry: Quantal phase factors accompanying adiabatic changes, *Proc. R. Soc. Lond. A* **392**, 45–57 (1984).
- [50] Geometric Phases in Physics: edited by A. Shapere and F. Wilczek, Advanced Series in Mathematical Physics Vol 5, - M. V. Berry: The Quantum Phase, Five Years After, World Scientific/Singapore, 1989.
- [51] P. Bruno: Berry phase effects in magnetism, „Magnetism goes nano“, Lecture Manuscripts of the 36th Spring School of the Institute of Solid State Research, Herausgeber: Stefan Blügel, Thomas Brückel und Claus M. Schneider, Forschungszentrum Jülich, 2005.
- [52] P. Bruno: Berry Phase and Magnetism, Lectures given at the École Polytechnique Fédérale de Lausanne,
<http://www1.mpi-halle.mpg.de/~bruno/lectures/Berry-Lausanne/Berry-Lausanne.html>, 2005.

- [53] D. Loss, P. M. Goldbart: Persistent currents from Berry's phase in mesoscopic systems, *Phys. Rev. B* **45**, 13544–13561 (1992).
- [54] H. A. Engel, D. Loss: Conductance fluctuations in diffusive rings: Berry phase effects and criteria for adiabaticity, *Phys. Rev. B* **62**, 10238–10254 (2000).
- [55] Martina Hentschel: Mesoscopic wave phenomena in electronic and optical ring structures, Doktorarbeit, Technische Universität Dresden, 2001.
- [56] Jeng-Bang Yau, E. P. De Portere, M. Shayegan: Aharonov-Bohm oscillations measured in GaAs two-dimensional holes: observation of Berry's phase, *Physica E* **12**, 758–761 (2002).
- [57] Jeng-Bang Yau, E. P. De Portere, M. Shayegan: Aharonov-Bohm Oscillations with Spin: Evidence for Berrys's Phase, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 146801 (2002).
- [58] P. D. Ye, S. Tarucha, D. Weiss: Magnetoresistance Oscillations in a Ballistic Aharonov-Bohm ring with a Micromagnet Embedded at the Center, in *The Physics of Semiconductors*, World Scientific, Singapore, 1998.
- [59] P. Grambow: Technologie und Untersuchung nanostrukturierter Halbleitersysteme, Doktorarbeit, Technische Hochschule Darmstadt, 1992.
- [60] P. Rai-Choudbury (Editor): Handbook of Microlithography, Micromachining and Microfabrication, Volume 1: Microlithography, SPIE Press Monograph, Vol. PM39, Bellingham, USA, 1997.
- [61] P. Rai-Choudbury (Editor): Handbook of Microlithography, Micromachining and Microfabrication, Volume 2: Micromachining and Microfabrication, SPIE Press Monograph, Vol. PM40, Bellingham, USA, 1997.
- [62] Dieter Schuh: Mikro-Hall-Magnetometrie, Doktorarbeit, Universität Regensburg, 2000.
- [63] M. Zenger: Herstellung und Charakterisierung elektrolytisch abgeschiedener Nanostrukturen, Diplomarbeit, Universität Regensburg, 2000.
- [64] Werner Breuer: Magnetotransport-Messungen an lateral modulierten zweidimensionalen Elektronengasen, Doktorarbeit, Universität Regensburg, März 2003.
- [65] W. Breuer: Elektrolytische Abscheidung ferromagnetischer Dots, Diplomarbeit, Universität Regensburg, 1999.
- [66] Michael Rahm: Mikro-Hall-Magnetometrie an ferromagnetischen Nanoscheiben, Doktorarbeit, Universität Regensburg, November 2004.

- [67] Joachim Stahl: Mikro-Hall-Magnetometrie an ferromagnetischen Nanostrukturen im Vortex- und Single-Domain-Regime, Doktorarbeit, Universität Regensburg, 2006.
- [68] Oxford Plasma Technology: Applications Engineering Group, „Plasmalab 80+“ Process Data Sheet: Reactive Ion Etching Of Gallium Arsenide In Silicon Tetrachloride ($SiCl_4$).
- [69] H. van Houten, B. J. van Wees, M. G. J. Heinman and J. P. André: Submicron conducting channels defined by shallow mesa etch in GaAs-AlGaAs, Appl. Phys. Lett. **49**, 1781–1783 (1986).
- [70] R. Held, T. Vancura, T. Heinzel, K. Ensslin, M. Holland, W. Wegscheider: In-plane gates and nanostructures fabricated by direct oxidation of semiconductor heterostructures with an atomic force microscope, Appl. Phys. Lett. **73**, 262–264 (1998).
- [71] A. Fuhrer, S. Lüscher, T. Ihn, T. Heinzel, K. Ensslin, W. Wegscheider, M. Bichler: Energy spectra of quantum rings, Nature **413**, 822–825 (2001).
- [72] Markus Lerner: Transportuntersuchungen an strukturierten Halbleiterheterostrukturenspaltkanten, Doktorarbeit, Universität Regensburg, Februar 2006.
- [73] U. F. Keyser, S. Borck, R. J. Haug, M. Bichler, G. Abstreiter, W. Wegscheider: Aharonov-Bohm oscillations of a tuneable quantum ring, Semicond. Sci. Technol. **17**, L22–L24 (2002).
- [74] S. Pedersen, A. E. Hansen, A. Kristensen, C. B. Sørensen, P. E. Lindelof: Observation of quantum asymmetry in an Aharonov-Bohm ring, Phys. Rev. B **61**, 5457–5460 (2000).
- [75] J. Liu, W. X. Gao, K. Ismail, K. Y. Lee, J. M. Hong, S. Washburn: Correlations between Aharonov-Bohm effects and one-dimensional subband populations in $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ rings, Phys. Rev. B **48**, 15148–15157 (1993).
- [76] B. Herold: Hall-Magnetometrie, Diplomarbeit, Universität Regensburg, 2005.
- [77] D. Schuh, J. Biberger, A. Bauer, W. Breuer, D. Weiss: Hall-Magnetometry on ferromagnetic dots and dot arrays, IEEE Trans. Magn. **37**, 2091 (2001).
- [78] M. Rahm, J. Bentner, J. Biberger, M. Schneider, J. Zweck, D. Schuh, D. Weiss: Hall-Magnetometry on Ferromagnetic Micro-Rhombs, IEEE Trans. Magn. **37**, 2085 (2001).
- [79] L. Theil Kuhn, A. K. Geim, J. G. S. Lok, P. Hedegård, K. Ylänen, J. B. Jensen, E. Johnson, P. E. Lindelof: Magnetisation of isolated single crystalline Fe-nanoparticles measured by a ballistic Hall micro-magnetometer, Eur. Phys. J. D **10**, 259 – 263 (2000).

- [80] M. Rahm, J. Biberger, Dieter Weiss: Micro-Hall-Magnetometry, in T. Chakraborty, F. Peeters, U. Sivan (Hrsg.): Nano-Physics & Bio-Electronics: A New Odyssey, Elsevier, Amsterdam, London, New York, Oxford, Paris, Shannon, Tokyo, 2002.
- [81] J. Bentner: Mikro-Hall-Magnetometrie an magnetischen Nanostrukturen, Diplomarbeit, Universität Regensburg, 2000.
- [82] J. H. Davies, D. E. Petticrew, A. R. Long: Theory of potential modulation in lateral surface superlattices. III. Two-dimensional superlattices and arbitrary surfaces, Phys. Rev. B **58**, 10789 (1998).
- [83] J. H. Davies, I. A. Larkin: Theory of potential modulation in lateral surface superlattices, Phys. Rev. B **49**, 4800 (1994).
- [84] R. S. Ppović: Hall Effect Devices, Adam Hilger, Bristol, 1991.
- [85] Hrsg. W. Heywang und R. Müller R. Müller: Halbleiter-Elektronik, Bd. 15: Rauschen, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1979.
- [86] Sh. Kogan: electronic noise and fluctuations in solids, Cambridge University Press, 1996.
- [87] C. Kurdak, C. J. Chen, D. C. Tsui, S. Parihar, S. Lyon, G. W. Weimann: Resistance fluctuations in $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ quantum point contact and Hall bar structures, Phys. Rev. B **56**, 9813 (1997).
- [88] F. N. Hooge: $1/f$ noise sources, IEEE Trans. Electron Devices **41**, 1926 (1994).
- [89] J. Liszkowski: Magnetometrie mit In-basierten Mikro-Hall-Sonden, Diplomarbeit, Universität Regensburg, April 2002.
- [90] Stefan Jobst: Composite Fermions in lateralen Übergittern, Doktorarbeit, Universität Regensburg, 2000.
- [91] D. Schuh, persönliche Mitteilung, 2006.
- [92] H. L. Störmer, A. C. Gossard, W. Wiegmann: Observation of Intersubband Scattering in a 2-Dimensional Electron System, Solid State Comm. **41**, 707 – 709 (1982).
- [93] A. Bauer: Magnetometrie an ferromagnetischen Dotarrays, Diplomarbeit, Universität Regensburg, 2000.
- [94] A. A. Fraerman, M. V. Sapozhnikov: Hysteresis model with dipole interaction: Devil's staircase like shape of the magnetization curve, Phys. Rev. B **65**, 184433 (2002).

- [95] J. Biberger: Magnetometrie mit Mikro-Hallstrukturen, Diplomarbeit, Universität Regensburg, 1999.
- [96] J. Jin, X. Q. Li: Measurement of single electron spin with submicron Hall magnetometer, *Appl. Phys. Lett.* **86**, 143504 (2005).
- [97] K. S. Novoselov, S. V. Morozov, S. V. Dubonos, A. O. Volkov, D. A. Christian, A. K. Geim: Submicron probes for Hall magnetometry over the extended temperature range from helium to room temperature, *J. Appl. Phys.* **93**, 10053 (2003).
- [98] E. A. Price, M. R. Scheinfein: <http://llgmicro.home.midspring.com> und User Manual LLG Micromagnetics Simulator Version 1.51c, Tempe, 1998.
- [99] R. Hertel, H. Kronmüller: Magnetic drops in a soft magnetic cylinder, *J. Magn. Magn. Mat.* **278**, 291–297 (2004).
- [100] W. Wernsdorfer, K. Hasselbach, A. Benoit, B. Barbara, B. Doudain, J. Meier, J. Ph. Ansermet, D. Mailly: Measurements of magnetization switching in individual nickel nanowires, *Phys. Rev. B* **55**, 11552–11559 (1997).
- [101] R. Hertel, J. Kirschner: Magnetization reversal dynamics in nickel nanowires, *Physica B* **343**, 206–210 (2004).
- [102] W. Wernsdorfer, B. Doudain, D. Mailly, K. Hasselbach, A. Benoit, J. Meier, J. Ph. Ansermet, B. Barbara: Nucleation of Magnetization Reversal in Individual Nanosized Nickel Wires, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1873–1876 (1996).
- [103] W. Wernsdorfer, E. Bonet Orozco, K. Hasselbach, A. Benoit, B. Barbara, N. Demoncy, A. Loiseau, H. Pascard, D. Mailly: Experimental Evidence of the Néel-Brown Model of Magnetization Reversal, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1791–1794 (1997).
- [104] J. Raabe, R. Pulwey, R. Sattler, T. Schweinböck, J. Zweck, D. Weiss: Magnetization Pattern of ferromagnetic nanodisks, *J. Appl. Phys.* **88**, 4437–4439 (2000).
- [105] T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf, K. Shigeto, T. Ono: Magnetic vortex core observation in circular dots of permalloy, *Science* **289**, 930–932 (2000).
- [106] R. Pulwey, M. Rahm, J. Biberger, D. Weiss: Switching Behavior of Vortex Structures in Nanodisks, *IEEE Trans. Magn.* **37**, 2076 (2001).
- [107] S. Kreuzer, M. Rahm, J. Biberger, R. Pulwey, J. Raabe, D. Schuh, W. Wegscheider, D. Weiss: Ferromagnet-semiconductor hybrid structures: Hall devices and tunnel junctions, *Physica E* **16**, 137–146 (2003).

- [108] R. Höllinger, A. Killinger, U. Krey: Statics and fast dynamics of nanomagnets with vortex structure, *J. Magn. Magn. Mat.* **261**, 178–189 (2003).
- [109] R. P. Cowburn, D. K. Koltsova, A. O. Adeyeye, M. E. Welland, D. M. Tricker: Single-Domain Circular Nanomagnets, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1042–1045 (1999).
- [110] Ralph Pulwey: Magnetkraftmikroskopie an polykristallinen und epitaktischen Nanomagneten, Doktorarbeit, Universität Regensburg, 2007.
- [111] J. G. S. Lok, A. K. Geim, J. C. Maan: Memory effects in individual submicrometer ferromagnets, *Phys. Rev. B* **58**, 12201–12206 (1998).
- [112] M. Rahm, J. Raabe, R. Pulwey, J. Biberger, C. Meier, W. Wegscheider, D. Weiss: Planar Hall sensors for micro-Hall magnetometry, *J. Appl. Phys.* **91**, 7980–7982 (2002).
- [113] J. Rothman, M. Käui, L. Lopez-Diaz, C. A. F. Vaz, A. Bleloch, J. A. C. Bland, Z. Cui, R. Speaks: Observation of a Bi-Domain State and Nucleation Free Switching in Mesoscopic Ring Magnets, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1098 (2001).
- [114] R. Pulwey: Magnetkraftuntersuchungen an ferromagnetischen Nanostrukturen, Diplomarbeit, Universität Regensburg, April 1999.
- [115] R. Sattler: Lorentzmikroskopie an magnetischen Nanostrukturen auf ultradünnen Si₃N₄-Membranen, Diplomarbeit, Universität Regensburg, 1998.
- [116] Jörg Raabe: Mikroskopische Untersuchungen an ferromagnetischen Nanostrukturen, Doktorarbeit, Universität Regensburg, 2003.
- [117] P. Bryant, H. Suhl: Magnetization and domain structure of cylinders and spheres in subsaturating fields, *Appl. Phys. Lett.* **54**, 78–80 (1989).
- [118] M. Rahm, J. Biberger, V. Umansky, D. Weiss: Vortex pinning at individual defects in magnetic nanodisks, *J. Appl. Phys.* **93**, 7429 (2003).
- [119] M. Rahm, R. Höllinger, V. Umansky, D. Weiss: Influence of point defects on magnetic vortex structures, *J. Appl. Phys.* **95**, 6708 (2004).
- [120] M. Rahm, J. Stahl, W. Wegscheider, D. Weiss: Multistable switching due to magnetic vortices pinned at artificial pinning sites, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 1553 (2004).
- [121] M. Schneider, H. Hoffmann, S. Otto, Th. Haug, J. Zweck: Stability of magnetic vortices in flat submicron permalloy cylinders, *J. Appl. Phys.* **92**, 1466 (2002).
- [122] K. Yu. Guslienko, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, K. Fukamichi: Magnetization reversal due to vortex nucleation, displacement, and annihilation in submicron ferromagnetic dot arrays, *Phys. Rev. B* **65**, 024414 (2001).

- [123] J. Kin Ha, R. Hertel, J. Kirschner: Micromagnetic study of magnetic configurations in submicron permalloy disks, *Phys. Rev. B* **67**, 224432 (2003).
- [124] M. Rahm, M. Schneider, J. Biberger, R. Pulwey, J. Zweck, D. Weiss, V. Umansky: Vortex nucleation in submicrometer ferromagnetic disks, *Appl. Phys. Lett.* **82**, 4110–4112 (2003).
- [125] M. Donahue, D. Porter, siehe: <http://math.nist.gov/oommf/>.
- [126] D. V. Berkov, N. L. Gorn, siehe: <http://www.micromagus.de>.
- [127] A. Fernandez, M. R. Gibbons, M. A. Wall, C. J. Cerjan: Magnetic domain structure and magnetization reversal in submicron-scale Co dots, *J. Magn. Magn. Mat.* **190**, 71–80 (1998).
- [128] C. Terrier, D. Babić, C. Strunk, T. Nussbaumer, C. Schönenberger: The amplitude of non-equilibrium quantum interference in metallic mesoscopic systems, *Europhys. Lett.* **59**, 437–443 (2002).
- [129] M. Cassé, E. B. Olshanetsky, Z. D. Kvon, D. K. Maude, J. C. Portal: The effect of DC bias in a ballistic single mode AlGaAs/GaAs ring interferometer, *Physica E* **7**, 781–785 (2000).
- [130] M. Yosefin, M. Kaveh: Modulations of Aharonov-Bohm oscillations in a quantum box, *J. Phys.: Condens. Matter* **1**, 10207–10210 (1989).
- [131] M. Cassé, Z. D. Kvon, G. M. Gusev, E. B. Olshanetskii, L. V. Litvin, D. K. Maude, J. C. Portal: Temperature dependence of the Aharonov-Bohm oscillations and the energy spectrum in a single-mode ballistic ring, *Phys. Rev. B* **62**, 2624–2629 (2000).
- [132] C. J. B. Ford, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost, G. A. C. Jones: Electrostatically defined heterojunction rings and the Aharonov-Bohm effect, *Appl. Phys. Lett.* **54**, 21–23 (1989).
- [133] A. G. Mal'shukov, K. A. Chao: Comment on „Aharonov-Bohm Oscillations with Spin: Evidence for Berrys's Phase“, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 179701 (2003).
- [134] A. G. Wagh, V. C. Rakhecha: Comment on „Aharonov-Bohm Oscillations with Spin: Evidence for Berrys's Phase“, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 119703 (2003).
- [135] Jaroslav Fabian, S. Das Sarma: Spin transport in inhomogeneous magnetic fields: A proposal for Stern-Gerlach-like experiments with conduction electrons, *Phys. Rev. B* **66**, 024436 (2002).

-
- [136] J. Wróbel, T. Dietl, A. Lusakowski, G. Grabecki, K. Fronc, R. Hey, K. H. Ploog, H. Shtrikman: Spin Filtering in a Hybrid Ferromagnetic-Semiconductor Microstructure, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 246601 (1998).

Dankeschön!

An dieser Stelle folgt nun ein Teil der Arbeit, der mir ganz besonders am Herzen liegt. Ich darf all denen meinen Dank aussprechen, die am Entstehen dieser Arbeit mitgewirkt haben.

Vielen Dank an:

- Prof. Dr. Dieter Weiss, der mir viel Freiheit bei der Bearbeitung des interessanten und vielseitigen Themas ließ. Obwohl durch die Entwicklung des ESL-Systems und die Gründung der Firma *nanonic* GmbH die Fertigstellung dieser Arbeit nicht unerheblich verzögert wurde, hat er das Projekt stets wohlwollenden und uneingeschränkt unterstützt. Auch dafür vielen Dank, es hat Spass gemacht am Lehrstuhl zu arbeiten!
- Prof. Dr. Werner Wegscheider und Dr. Vladimir Umansky, die mich mit hochwertigen Heterostrukturen versorgten, deren 2DEG für meine Experimente nah genug an der Oberfläche lag.
- Claudia Rahm und Elke Haushalter, die mir unnötige und lästige Wege durch den Verwaltungsdschungel ersparten.
- die Doktoranden-Kollegen und Mitstreiter auf dem Gebiet der Mikro-Hall-Magnetometrie in der Arbeitsgruppe: Dieter Schuh (mit dem ich das Vergnügen hatte die ersten Schritte auf den Gebieten der ESL und der MHM zu gehen), Michael Rahm und Joachim Stahl, für eine dankenswert gute Zusammenarbeit. Diese führte dazu, dass einige Ähnlichkeiten der vorliegenden mit deren Arbeiten weder beabsichtigt noch zufällig, sondern unvermeidbar waren.
- „meine“ Diplomanden: Andreas Bauer, Johannes Bentner, Michael Rahm und Tamer Koban sowie Bernhard Herold für ihr Engagement auf dem Gebiet der Mikro-Hall-Magnetometrie. Durch ihre tatkräftige Unterstützung ergab sich die Gelegenheit viele Interessante Dinge auszuprobieren.
- Dieter Schuh, Ralph Pulwey, Joachim Stahl und Daniel Neumaier, für den kompetenten und zeitintensiven Einsatz beim Korrekturlesen und die vielen Verbesserungsvorschläge.
- Ralph Pulwey, der mit mir als Büro- und *nanonic*-Kollegen so manche heiße Diskussion durchgestanden hat. Auch wenn die vielen Gespräche nicht immer nur fachlicher Natur waren, interessant waren sie in jedem Fall. Wer kann schon von sich behaupten, dass ihm ständig ein „Chef-Magnetiker“ und EDV-Spezialist zur Verfügung steht? Danke Ralph!

- Werner Breuer, dessen unbeirrbarer Einsatz im Kampf mit dem Vektorpotential und der Berry-Phase bei zahlreichen Diskussionen zu später Nachtstunde der abstrakten Physik viele anschauliche Bilder abgerungen hat. Die rollende Kugel auf der rotierenden Scheibe und der Berry-Phasen-Messkegel sollen hier nicht unerwähnt bleiben.
- Daniel Neumaier, der mich durch seine verblüffenden Kenntnisse in der Festkörperphysik, speziell auf dem Gebiet des phasenkohärenten Transports, von manchem Irrglauben befreite und stets ein kompetenter Ansprechpartner war. Außerdem verdanke ich ihm die Messungen an den AB-Ringen im Mischkryostaten, auch dafür gebührt ihm Dank.
- Joachim Stahl, Konrad Wagner und Jörg Raabe für besondere Hilfe bei den vielen kleinen Dingen des Forschungsalltags und darüber hinaus.
- alle Mitarbeiter des Lehrstuhl Weiss, die ein ausgesprochen positives Arbeitsklima schafften und einen stets freundlichen Umgang miteinander pflegten. Danke für die viele interessanten und lehrreichen Gespräche und natürlich auch fürs Zuhören!